2023/2024

فيزياء-2-
الكهرباء والمغناطيسية

لطلبة السنة الأولى ليسانس

ميدان علوم المـــــادة

د: عزالدين بقاص

قسم الفيزياء - كلية العلوم الدقيقة

جامعة الوادي

جامعة الشهيد حمه لخضر - الوادي

Université Echahid Hamma Lakhdar - El-Oued

معلومات على المقرر:

مقرر الفيزياء-2- (الكهرباء والمغناطيسية)، موجه لطلبة سنة أولى ليسانس جذع مشترك علوم المادة. يدرس في السداسي الثاني بحجم ساعي اسبوعي 3 ساعات أي محاضرتين أسبوعيا.

أهداف المقرر:

يهدف هذا المقرر إلى تنمية قدرات الطالب على:

- الالمام بأهم الأدوات الرياضية التي يحتاجها لهذا المقرر.
- فهم واستيعاب ظواهر الحقول الساكنة للكهرباء، وبناء قاعدة أساسية لاستيعاب المقررات اللاحقة ذات الصلة.
- اكتساب المفاهيم الأساسية للنواقل المتوازنة والمكثفات والدارات الكهربائية، وتزويد الطلبة بخبرة في كيفية ربط الدوائر والمتسعات.
- استيعاب المفاهيم الاساسية للحقول المغناطيسية.
- استيعاب وفهم العلاقة بين التيار الكهربائي والظاهرة المغناطيسية، والاستفادة من هذه المفاهيم في تفسير عمل الأجهزة الكهربائية.

المعرفة السابقة الموصي بها:

يوصى بإتقان العلوم الفيزيائية للمرحلة الثانوية وبصفة خاصة:

- برنامج البكالوريا بالنسبة للكهرباء.
- برنامج السنة الثانية بالنسبة للمغناطيسية.

محتوى المقياس:

- تذكرة رياضية
- الحقل الكهربائي
- النواقل المتوازنة
- الكهرباء المتحركة
- المغناطيسية

مقدمـــــــــة

علم الفيزياء هو العلم الذي يهتم بدراسة بنية المادة والتفاعلات بين عناصرها الأساسية، وهو علم الطاقة والمادة والحركة والفلك، وكلمة الفيزياء بالأصل هي كلمة يونانية، حيث عملوا جاهدين من أجل فهم ما يجري حولهم من ظواهر طبيعية وكانت تسمى "فيسيكوس" وتعني معرفة الطبيعة، وتهدف إلى فهم وتفسير ظواهر الكون الطبيعية، وبالتالي صياغة المعرفة ضمن نطاق قوانين لا تفسر فقط الظواهر السابقة، بل هي إضافة لهذا تتنبأ بمسيرة كافة العمليات الطبيعية ضمن نماذج تقترب بشكل تدريجي من الواقع. ان التقدم في علم الفيزياء ساعد على التطور في مجال الإلكترونيات، وبالتالي ظهور أجهزة حاسوب حديثة ووسائل إعلام الكترونية....

اكتشفت الكهرباء الساكنة منذ 600 سنة قبل الميلاد ومن ثم توالت التجارب إلى يومنا هذا لتكشف المزيد من خصائص الكهرباء الساكنة ولتصبح الكهرباء عنصرا أساسيا في حياتنا العملية. وتكون مع النواقل والمغناطيسية موضوع هذه المطبوعة التي نضعها بين ايادي طلاب السنة الأولى علوم المـادة وكذا السنة الأولى تكنولوجيا. هذه المحاضرات تتفق تماما مع المقرر المعد من قبل وزارة التعليم العالي والبحث العلمي لهذه الفئة.

تحتوي هذه المطبوعة على خمسة فصول:

- الفصل الأول: تم تخصيص هذا الفصل للتذكير ببعض الأدوات الرياضية التي يحتاجها الطالب للتعامل مع محتويات مواضيع هذا المقرر، مثل الاشعة، جمل الاحداثيات الكارتيزية، القطبية، الاسطوانية، الكروية وكذلك الدوال المتعددة المتغيرات والمؤثرات ...
- الفصل الثاني: يعرض هذا الفصل المفاهيم الأساسية لمبادئ الكهرباء بصفة عامة، ويركز على طرائق إنتاج الحقول الكهربائية الساكنة، وحساب الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي الناتجين عن شحنة او مجموعة شحنات بتوزيع منفصل او متصل بعدة طرق مختلفة - القوانين المباشرة، قانون كولوم، قانون غوص...
- الفصل الثالث: تناولنا في هذا الفصل بالدراسة النواقل في حالة الاتزان الكهروستاتيكي والتأثير المتبادل بينها هذا إضافة الى دراسة المكثفات وطريقة ربطها وسعاتها.

- الفصل الرابع: تم التطرق الى الكهرباء المتحركة والتي تختص بدراسة التيار الكهربائي، بناء وتحليل دوائر التيار الكهربائي المستمر، كذلك الى قوانين التيار الكهربائي مثل قانون أوم وقوانين كيرشوف للدارات الكهربائية.
- الفصل الخامس: عرضنا فيه اهم المفاهيم الاساسية للحقول المغناطيسية، والقوة المغناطيسية، وكذلك العلاقة بين التيار الكهربائي والظاهرة المغناطيسية، القوانين المعروفة في المغناطيسية مثل قانون لابلاس قانون بيوت وسافار وقانون أمبير.

.

الفهـــــرس

الفهـــرس

الفصل الأول: تذكرة رياضية

الفصل الثاني: الحقل ا لكهربائي

الفصل الثالث: النواقل المتوازنة

الفصل الرابع: ا لكهرباء المتحركة

الفصل الخامس: المغناطيسية

الفصل الأول:

تذكـرة رياضيـة

<u>الفصل الأول:</u> تذكـرة رياضيـة

مقدمــــــة:

لفهم وتفسير الظواهر الفيزيائية من الضروري ان نتعامل مع مقادير فيزيائية: (لكتلة -الشحنة -السرعة -الزمن - التيار ...) وعلاقات رياضية.

تصنف المقادير الفيزيائية الى ثلاثة اقسام: سلمية (عددية) وشعاعية ومؤثرات.

- المقادير الفيزيائية السلمية:

هي مقادير فيزيائية يعبر عنها بقيمة عددية واحدة فقط في الوحدة المناسبة. فعندما نقول ان كتلة جسم هي $60kg$ فلا نحتاج الى أي إضافة لان المعنى تحدد تماما. من هذه المقادير نذكر (الكتلة -القوة -الزمن ...). والعمليات التي تديرها هي العمليات التي تتحكم وتدير الاعداد الحقيقية من جمع وطرح وضرب وتقسيم، فيما يعرف بالحساب أو جبر الاعداد.

- المقادير الفيزيائية الشعاعية:

نذكر منها الحقل الكهربائي-الحقل المغناطيسي - السرعة... وهي المقادير الفيزيائية التي يلزم لتحديدها معرفة مقدارها واتجاهها (تحدد بعددين او ثلاثة اعداد). فمثال يسمح الوصف الشعاعي للحركة بتحديد اتجاه الانتقال والسرعة والتسارع، كما أن طول الشعاع يعبر عن قيمة المقدار الشعاعي المعتبر. والعمليات التي تديرها هي العمليات التي تدير الاشعة.

- المؤثرات:

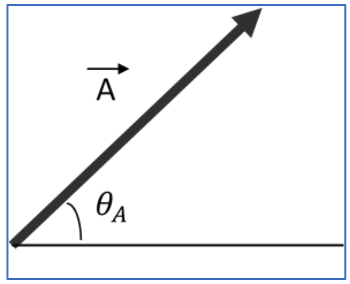
سوف لا يتم التطرق لموضوع المؤثرات في هذا المقياس.

نعرض في الفقرة الموالية الأشعة في المستوي وفي الفضاء، وكذلك العمليات الممكنة عليها مثل الجمع والطرح والجداء السلمي والجداء الشعاعي.

1.1. تعريف الشعاع :

هو قطعة مستقيمة موجهة يتعين بعددين ويستعمل الرمز $\vec{A}$ للدلالة عليه مقدارا واتجاها. يرمز لطوله أي القيمة العددية (الطويلة – الشدة) بالرمز $A = \|\vec{A}\|$ وهو أحد العددين المحددين له ويتضمن وحدته . أما العدد الثاني الذي يحدده فهي الزاوية θ التي يصنعها هذا الشعاع مع محور مرجعي (Δ) محدد مسبقا وفي اتجاه بعكس جهة دوران عقارب الساعة وتسمى هذه الزاوية عمدة الشعاع. وبالتالي فإن الشعاع يتعين بمعرفة كل من طويلته وعمدته.

يمثل الشعاع هندسيا كالتالي :



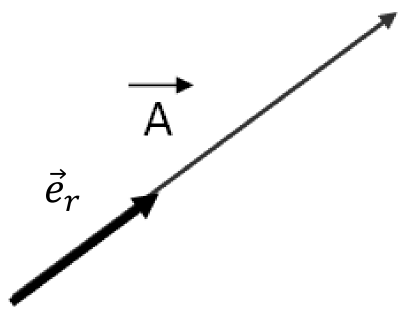
الشكل (1.1): تمثيل الشعاع $\vec{A}$ هندسيا

ملاحظة: الشعاع لا يتغير إذا نقلناه من مكانه شريطة المحافظة على طوليته وعمدته، أي يبقى موازيا لنفسه.

2.1. شعاع الوحدة:

شعاع وحدة الاشعة هو شعاع طويلته تساوي الواحد (بدون وحدة). سوف يرمز له فيما سيأتي بالرمز $\vec{e}$. ان أشعة الوحدة تعين الاتجاهات في الفضاء. يمكن التعبير عن شعاع مواز لشعاع الوحدة بالعلاقة (1.1)، وتمثيلا هندسيا بالشكل (2.1):

$$\vec{A} = |\vec{A}|\ \vec{e}_A = A\ \vec{e}_A \tag{1.1}$$



الشكل (2.1): التمثيل الهندسي للشعاع $\vec{A}$ وشعاع وحدته

من العلاقة (1.1)، نلاحظ بان شعاع الوحدة يمكن ان يكتب بالشكل: $\vec{e}_A = \frac{\vec{A}}{A}$

3.1. العمليات التي تدير الاشعة:

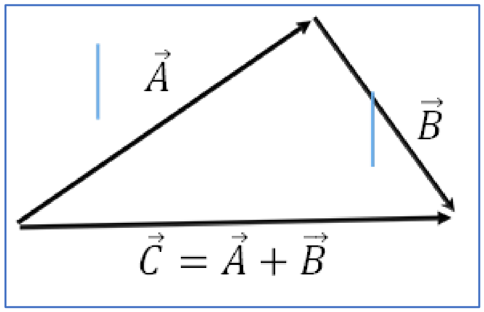
تتطلب الحسابات على الأشعة مجموعة من العمليات، مثل الجمع والطرح لشعاعيين، وكذلك ضرب شعاع بمقدار سلمي والجداء السلمي والجداء الشعاعي.

4.1. جمع الأشعة:

ليكن الشعاعان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ من جنس واحد نرفق لهما شعاعا $\vec{C}$ بواسطة عملية الجمع الهندسي كالتالي:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \tag{2.1}$$

يدعى مجموع شعاعين غالبا بمحصلة هذين الشعاعين، لذا فإن الشعاع $\vec{C}$ هو محصلة الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.



الشكل(3.1): محصلة شعاعين

5.1. جداء شعاع في مقدار سلمي:

إن حاصل جداء الشعاع غير المعدوم $\vec{A}$ بالعدد الحقيقي n هو شعاع جديد $\vec{B}$ يوازي الشعاع $\vec{A}$.

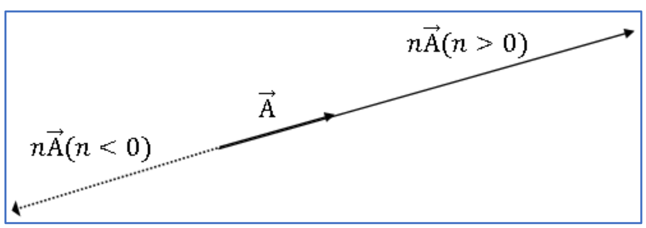
$$\vec{B} \ // \ \vec{A} \quad ; \quad \vec{B} = n\vec{A}$$

طويلة الشعاع $\vec{B}$ تساوي القيمة المطلقة للعدد n مضروبة بطويلة الشعاع $\vec{A}$.

$$\overline{|B|} = B = |n||\vec{A}| = |n|A$$

اتجاه الشعاع $\vec{B}$ يتعلق بإشارة العدد (n) حيث:

له اتجاه الشعاع $\vec{A}$ نفسه إذا كان العدد n موجبا $(n > 0)$، ويعاكسه بالاتجاه إذا كان العدد n سالبا $(n < 0)$، الشكل (4 .1).



الشكل (4 .1): جداء الشعاع بعدد حقيقي

ملاحظة: يمكن الحصول على طول المحصلة $\vec{C}$ لأي شعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ من العلاقة الرياضية التالية:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2ABcos\theta_{AB}} \qquad (3.1)$$

حيث θ_{AB} هي الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

6.1. الجداء السلمي:

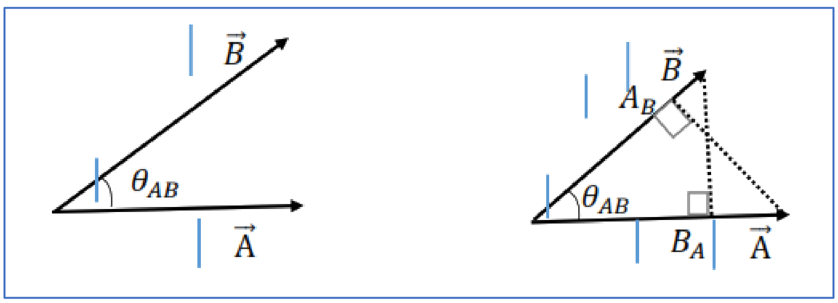
من العمليات التي تدير الأشعة هي عملية الجداء السلمي لشعاعين.

إذا كان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ شعاعين (ليس شرطا ان يكونا من جنس واحد)، فإن الجداء السلمي لهذين الشعاعين الذي يرمز له بالرمز ($\vec{A}.\vec{B}$) هو مقدار سلمي يساوي جداء طويلتيهما مضروبا بجيب تمام الزاوية المحصورة بينهما، أي أن:

$$\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|cos\theta_{AB} \tag{4.1}$$

θ_{AB} أصغر زاوية بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$، حيث ان: $0 < \theta_{AB} < \pi$: الشكل (1. 5).

يمكن النظر للجداء السلمي لشعاعين على أنه ناتج ضرب طول أحدهما بمسقط الآخر عليه الشكل (6.1)، يمكن كتابة الجداء السلمي على أحد الصور المبينة في العلاقة (5.1):



الشكل (1. 5)

الشكل (1. 6)

$$\vec{A}.\vec{B} = A.B.cos\theta_{AB} = A_B.B = A.B_A \tag{5.1}$$

- نسمي المقدار: $B_A = B.\cos\theta_{Ab}$ مركبة او مسقط الشعاع $\vec{B}$ وفق الشعاع $\vec{A}$.

- نسمي المقدار: $A_B = A.\cos\theta_{Ab}$ مركبة او مسقط الشعاع $\vec{A}$ وفق الشعاع $\vec{B}$.

ملاحظة:

- ينعدم الجداء السلمي لشعاعين إذا كان أحد الشعاعين شعاعا معدوما أو إذا كان الشعاعان متعامدين:

$$\vec{A}.\vec{B} = A.B.cos\frac{\pi}{2} = 0 \tag{6.1}$$

ومنه نستنتج القاعدة:

$$\vec{A}.\vec{B} = 0 \qquad \vec{A} \perp \vec{B} \tag{7.1}$$

ومنه هذه القاعدة مناسبة لاختبار تعامد الاشعة.

- إذا كان الشعاعان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ على استقامة واحدة فإن:

$$\vec{A}.\vec{B} = \pm|\vec{A}|.|\vec{B}| \tag{8.1}$$

حيث أن الإشارة تكون موجبة إذا كانا بالاتجاه نفسه وتكون سالبة إذا كانا في اتجاهين متعاكسين.

7.1. الجداء الشعاعي:

الجداء الشعاعي يمثل مقدارا شعاعيا بعكس الجداء السلمي الذي يمثل مقدارا سلميا. نرمز للجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بالرمز $\vec{A}\wedge\vec{B}$ أو الرمز $\vec{A}\times\vec{B}$، وهو شعاع $\vec{C}$ يعطى بالعلاقة:

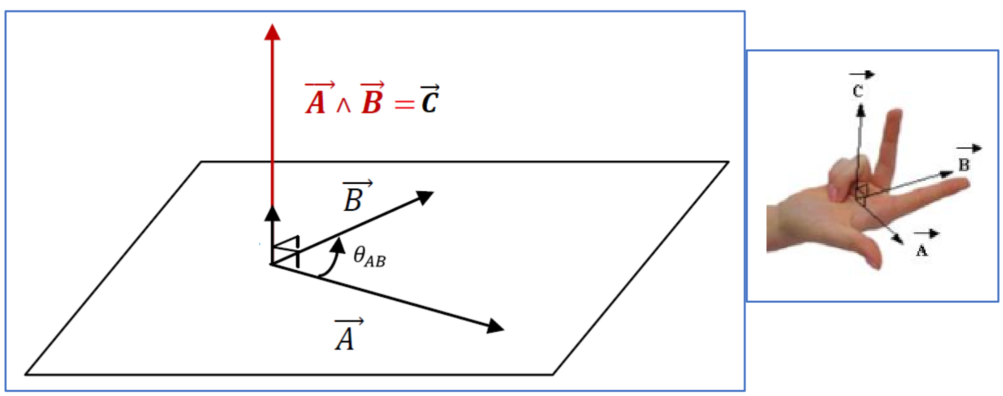
$$\vec{C}=\vec{A}\wedge\vec{B}=(ABsin\theta_{AB})\,\vec{e}_C \qquad (9.1)$$

حيث:

$\vec{e}_C$ شعاع الوحدة المحمول على الشعاع $\vec{C}$، و θ_{AB} هي الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$. الشعاع $\vec{C}$ عمودي على المستوي المحدد بالشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ وبحيث تكون الثلاثية الطردية المرتبة $(\vec{A},\vec{B},\vec{C})$ مباشرة، الشكل (7.1).

المقصود بالثلاثية الطردية هو ان يكون الانتقال من $\vec{A}$ الى $\vec{B}$ الى $\vec{C}$ بالترتيب من اليمين الى اليسار في الاتجاه المعاكس لحركة عقارب الساعة واتجاه $\vec{C}$ يحدد بقاعدة أصابع اليد اليمنى.

قاعدة أصابع اليد اليمنى هو أننا إذا وضعنا الابهام باتجاه الشعاع $\vec{A}$ والسبابة باتجاه الشعاع $\vec{B}$ فيكون اتجاه الشعاع $\vec{C}$ في اتجاه الوسطى.



الشكل (7.1): الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

- إذا كان الشعاع $\vec{A}$ موازيا للشعاع $\vec{B}$ فإن جدائهما الشعاعي معدوم، فنكتب:

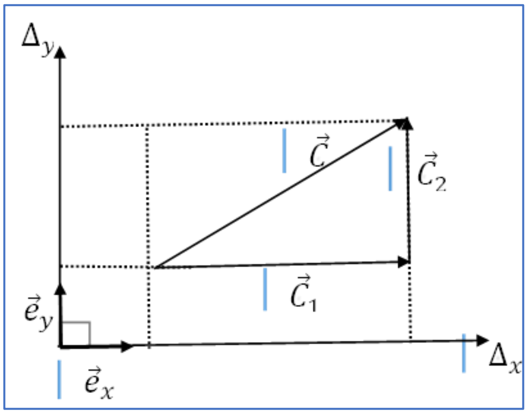
$$\vec{A}\wedge\vec{B}=\vec{0} \qquad \vec{A}\,/\!/\,\vec{B} \qquad (10.1)$$

ومنه هذه القاعدة مناسبة لاختبار توازي الاشعة.

8.1 تحليل الأشعة:

إضافة إلى أن عملية طرح الأشعة هي العملية المعاكسة لعملية جمع الأشعة، توجد عملية أخرى معاكسة لعملية جمع (تركيب) الأشعة هي عملية تحليل الشعاع الواحد لعدة أشعة، أي استبدال الشعاع الواحد بمجموعة من الأشعة تكون محصلتها تساوي الشعاع المفروض.

وكمثال على ذلك المركبات المتعامدة الشكل (8.1) حيث مركبتا الشعاع $\vec{C}$ هما $\vec{C}_1$ و $\vec{C}_2$ موازيان لكل من Δ_x و Δ_y على الترتيب.



الشكل (8.1): مركبتا شعاع في مستوي

عادة تستعمل المركبات المتعامدة، فاذا وجهنا المحورين Δ_x و Δ_y بالشعاعين $\vec{e}_x$ و $\vec{e}_y$ فان

$\vec{C}_1$ ، $\vec{C}_2$ يكتبان بالشكل التالي:

$$\vec{C}_x = C_1.\vec{e}_x = C_x.\vec{e}_x \qquad (11.1)$$

$$\vec{C}_y = C_2.\vec{e}_y = C_y.\vec{e}_y \qquad (12.1)$$

نسمي كل من C_x و C_y مركبتا الشعاع $\vec{C}$ وفق المحورين المتعامدين Δ_x و Δ_y، يمكن ان نكتب:

$$\vec{C} = C_x.\vec{e}_x + C_y.\vec{e}_y \qquad (13.1)$$

حيث Δ_x ، Δ_y هي أساس أو مرجع خصائصه:

- خاصية تجانس الأساس:

$$\vec{e}_x.\vec{e}_x = \vec{e}_y.\vec{e}_y = \vec{e}_z.\vec{e}_z = 1 \qquad (14.1)$$

- خاصية التعامد:

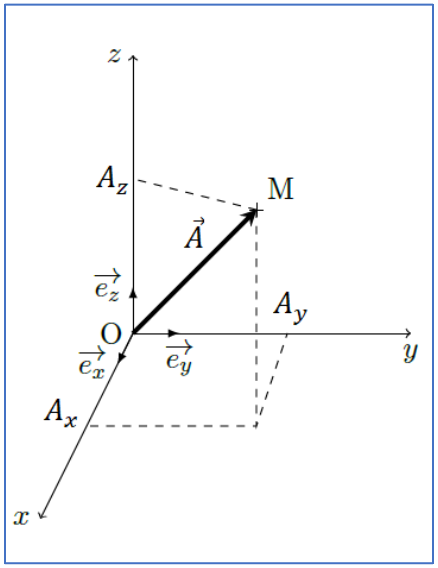
$$\vec{e}_x.\vec{e}_y = \vec{e}_x.\vec{e}_z = \vec{e}_y.\vec{e}_z = 0 \qquad (15.1)$$

- الخاصية الطردية للأساس:

$$\vec{e}_x \wedge \vec{e}_y = \vec{e}_z \;, \;\; \vec{e}_y \wedge \vec{e}_z = \vec{e}_x \;, \vec{e}_z \wedge \vec{e}_x = \vec{e}_y \qquad (16.1)$$

بصورة عامة يحلل الشعاع $\vec{A}$ على الأساس المتعامد والمتجانس في الفضاء الثلاثي الأبعاد، الشكل (9.1)، ثلاث مركبات على ثلاثة محاور على الشكل:

$$\vec{A} = A_x.\vec{e}_x + A_y.\vec{e}_y + A_z.\vec{e}_z \qquad (17.1)$$



الشكل (9.1): تمثيل الشعاع ومركباته في الفضاء

وتعطى طويلة الشعاع بالعلاقة:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \qquad (18.1)$$

9.1. العمليات على الأشعة المعطاة تحليليا:

ا-تساوي شعاعين:

ليكن لدينا الشعاعان:

$$\vec{B} = B_x.\vec{e}_x + B_y.\vec{e}_y + B_z.\vec{e}_z \quad \text{و} \quad \vec{A} = A_x.\vec{e}_x + A_y.\vec{e}_y + A_z.\vec{e}_z$$

نقول عن الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ إنهما متساويان إذا تساوت مركباتهما المتناظرة على المحاور الإحداثية، وبالعكس أي أن:

$$\vec{A} = \vec{B} \;\; \Leftrightarrow A_x = B_x \,, A_y = B_y \,, A_z = B_z \qquad (19.1)$$

ب- الصورة التحليلية لجمع الأشعة:

إذا كان الشعاع $\vec{C}$ هو مجموع الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

فإن:

$$C_x = A_x + B_x\,, \qquad C_y = A_y + B_y\,, \qquad C_z = A_z + B_z \qquad (20.1)$$

العلاقة (20.1) تعطينا مركبات الشعاع $\vec{C}$ بدلالة مركبات الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

ج- الصورة التحليلية للجداء السلمي:

ليكن الشعاعان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ نرفق لهما عددا سلميا بواسطة الجداء السلمي على الشكل:

$$\vec{A}.\vec{B} = \left(A_x.\vec{e}_x + A_y.\vec{e}_y + A_z.\vec{e}_z\right).\left(B_x.\vec{e}_x + B_y.\vec{e}_y + B_z.\vec{e}_z\right)$$

$$\vec{A}.\vec{B} = \left(A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z\right) \qquad (21.1)$$

وهي الصورة التحليلية للجداء السلمي

د-الصورة التحليلية للجداء الشعاعي:

الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ يعطي الشعاع $\vec{C}$ بحيث نكتب:

$$\vec{C} = \vec{A}\wedge\vec{B} = \left(A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z\right)\wedge\left(B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y + B_z\vec{e}_z\right) \qquad (22.1)$$

بتبسيط العبارة السابقة وذلك باستعمال الخاصية الطردية للأساس، نجد العلاقة بين مركبات الشعاع $\vec{C}$ من جهة والشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ من جهة أخرى وهي كالتالي:

$$C_x = A_yB_z - A_zB_y \qquad (23.1)$$

$$C_y = A_zB_x - A_xB_z \qquad (24.1)$$

$$C_z = A_xB_y - A_yB_x \qquad (25.1)$$

10.1. جمل الاحداثيات:

أ- الإحداثيات الديكارتية:

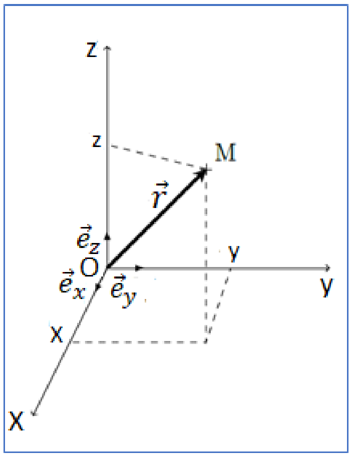
لتكن اشعة الوحدة $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ في المعلم الديكارتي، يمثل شعاع موضع النقطة M في هذا المعلم كما هو موضح في الشكل (10.1)، وتكتب عبارته بالشكل التالي:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \qquad (26.1)$$

وتكتب طويلته بالعبارة:

$$r = OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (27.1)$$

➢ الانتقال العنصري:



الشكل (11.1): شعاع الموضع في معلم ديكارتي

عند انتقال النقطة M انتقالا عنصريا من الموضع $M(x, y, z)$ الى الموضع الجديد $M'(x + dx, y + dy, z + dz)$ فان شعاع الانتقال (الازاحة) يكتب بالشكل التالي:

$$d\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MM'} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$$

$$(d\overrightarrow{OM})^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$$

على طول المحور Oz، يكون (الانتقال العنصري) عنصر الطول $d\ell$ الناتج عن الإزاحة من M باتجاه 'M هو:

$$\overrightarrow{dl} = dz\vec{e}_z$$

وكذلك بالنسبة للمحورOx : $\overrightarrow{dl} = dx\vec{e}_x$

والمحور Oy : $\overrightarrow{dl} = dy\vec{e}_y$

يعبر عنه بالمتر (m).

➢ السطح العنصري:

في المستوى (xOy)، (السطح العنصري) عنصر السطح dS الناتج عن الحركة من M إلى 'M يوصف بمساحة مستطيل طوله dx وعرضه dy:

$$dS = dxdy \, , (dz = 0)$$

$$dS = dxdz \, , (dy = 0)$$

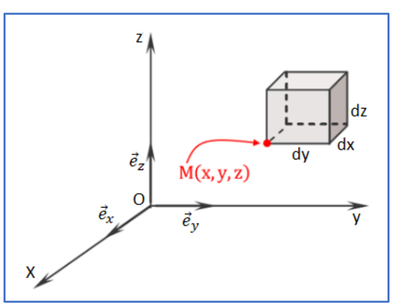
$$dS = dydz \, , (dx = 0)$$

يعبر عنه بالمتر مربع (m^2) .

➢ عنصر الحجم:

في الفضاء ثلاثي الأبعاد، الحجم المتناهي الصغر (الحجم العنصري) dv الناتج عن إزاحة النقطة M هو مكعب ارتفاعه تعطى عبارته بالشكل:

$$dv = dxdydz$$



الشكل (12.1): الحجم العنصري

ب- الإحداثيات القطبية:

لتكن اشعة الوحدة $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ في المعلم القطبي.

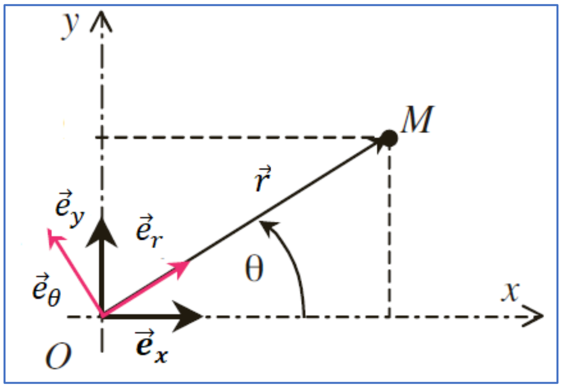
شعاع الموضع في الإحداثيات القطبية يكتب على الشكل:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r \qquad (28.1)$$

حيث: r تمثل طويلة شعاع الموضع: $r = \| \overrightarrow{OM} \|$

العلاقة بين أشعة الوحدة هي كما يلي:

$$\begin{cases} \vec{e}_r = \vec{e}_x cos\theta + \vec{e}_y sin\theta \\ \vec{e}_\theta = -\vec{e}_x sin\theta + \vec{e}_y cos\theta \end{cases}$$



الشكل (13.1): شعاع الموضع في معلم قطبي

لدينا:

$$\begin{cases} x = rcos\theta \\ y = rsin\theta \end{cases}$$

وبالتالي يكون لدينا طويلة شعاع الموضع تعطى بالعلاقة:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- الانتقال العنصري:

الانتقال العنصري في الاحداثيات القطبية هو عبارة عن مجموع انتقاليين عنصريين متعامدين أحدهما قطري والآخر عرضي.

$$d\vec{r} = d\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MM'}$$

- الانتقال القطري $(\overrightarrow{dl_1})$:

هو انتقال ناتج عن تغير r في الطول بالمقدار dr مع ثبات الزاوية θ ، يكون هذا الانتقال في اتجاه شعاع الوحدة $\vec{e}_r$.

$$\overrightarrow{dl_1} = dr\, \vec{e}_r$$

- الانتقال العرضي $(\overrightarrow{dl_2})$:

هو انتقال ناتج عن تغير في اتجاه الشعاع $\vec{r}$ بسبب تغير في الزاوية θ ، هذا التغير بالمقدار $d\vec{r}$ مع ثبات الطول r والتغير في هذه الحالة يتم وفق قوس من دائرة نصف قطرها r بإزاحة عنصرية محمولة على $\vec{e}_\theta$ تكتب عبارتها كالتالي:

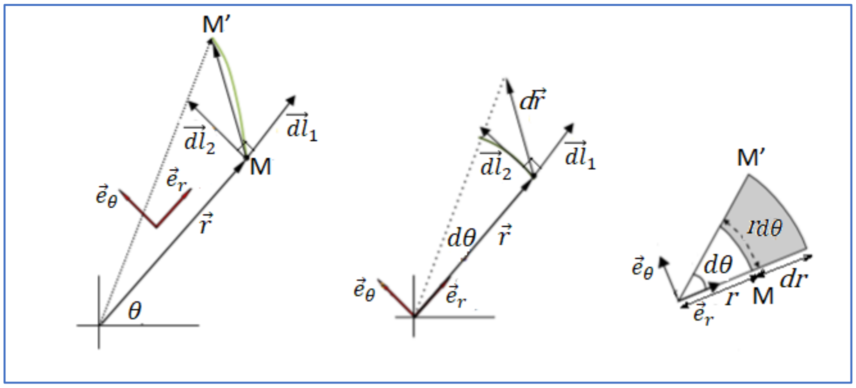
$$\overrightarrow{dl_2} = rd\theta\vec{e}_\theta$$

- الانتقال العنصري الكلي $(d\vec{r})$ هو عبارة عن مجموعهما وعبارته كما يلي:

$$d\vec{r} = dr\,\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta \qquad (29.1)$$

طول هذا الانتقال العنصري يعطى بالعلاقة:

$$dr = \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2}$$



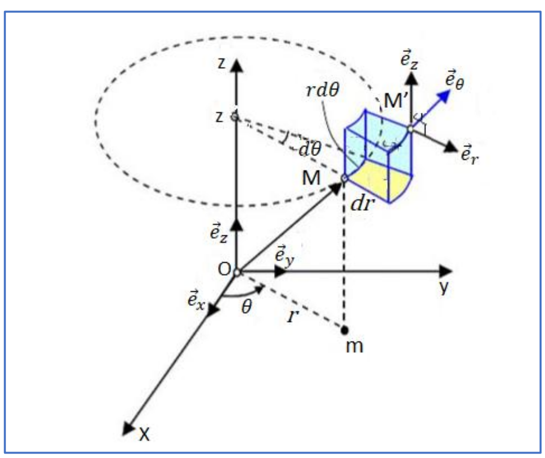
الشكل (14.1): الانتقالات العنصرية في معلم قطبي

- السطح العنصري:

$$dS = rdrd\theta$$

ج- الإحداثيات الاسطوانية:

يحدد موضع النقطة المادية M في الفضاء باستخدام الإحداثيات الأسطوانية بالتوابع السلمية (r, θ, z) وتكتب المقادير الشعاعية في هذه الإحداثيات وفق اتجاهات أشعة الوحدة $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$، الشكل (15.1)، وهي أشعة متعامدة مباشرة.



الشكل (15.1): الانتقالات العنصرية في الاحداثيات الاسطوانية

- شعاع الموضع في الإحداثيات الأسطوانية يعطى بالعلاقة:

$$\vec{r} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z \qquad (30.1)$$

- عبارة عنصر الانتقال بدلالة الإحداثيات الأسطوانية:

هو عبارة عن مجموع ثلاث انتقالات عنصرية متعامدة وفي اتجاهات اشعة الوحدة الثلاثة $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

$$d\vec{l} = d\overrightarrow{OM} = dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z \qquad (31.1)$$

طول هذا الانتقال العنصري يعطى بالعلاقة:

$$dl = \sqrt{dr^2 + r^2d\theta^2 + dz^2}$$

عبارة عنصر المساحة بدلالة الإحداثيات الأسطوانيةِ:

- بالنسبة للسطح العمودي على $\vec{e}_r$: $dS = rd\theta dz$

- بالنسبة للسطح العمودي على $\vec{e}_\theta$: $dS = drdz$

- بالنسبة للسطح العمودي على $\vec{e}_z$: $dS = rdrd\theta$

عبارة عنصر الحجم بدلالة الإحداثيات الأسطوانيةِ:

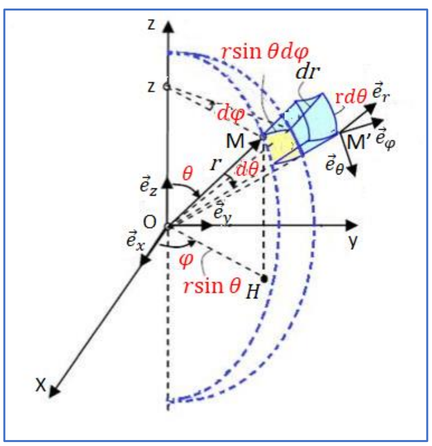
$$dv = rdrd\theta dz$$

د- الإحداثيات الكروية:

يحدد موضع نقطة مادية ما M في جملة الإحداثيات الكروية بالتوابع السلمية (r, θ, φ)، وتكتب المقادير الشعاعية الموافقة وفق اتجاهات أشعة الوحدة التالية $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ وهي أشعة متعامدة مباشرة والممثلة على الشكل (16.1).

r :نصف القطر القطبي، θ تسمى زاوية السمت، و φ تسمى زاوية تمام العرض.

للانتقال من الاحداثيات الكروية الى الاحداثيات الديكارتية تستعمل العلاقات التالية:



الشكل (16.1): الانتقالات العنصرية في الاحداثيات الكروية

$$\begin{cases} x = rsin\theta cos\varphi \\ y = rsin\theta sin\varphi \\ z = rcos\theta \end{cases}$$

وبالمقابل للانتقال من الاحداثيات الديكارتية الى الاحداثيات الكروية تستعمل العلاقات التالية:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = arccos\left(\frac{z}{r}\right) \\ \varphi = arctan\,(\frac{y}{x}) \end{cases}$$

ملاحظة: لتغطية كل الفراغ بالإحداثيات الكروية نقبل تغير:

r من 0 الى ∞

θ من 0 الى π

φ من 0 الى π2

شعاع الموضع في الإحداثيات الكروية يكتب بالشكل:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r \qquad (32.1)$$

عبارة عنصر الانتقال بدلالة الإحداثيات الكروية:

$$d\overrightarrow{OM} = dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta + rsin\theta d\varphi\vec{e}_\varphi \quad (33.1)$$

طول هذا الانتقال العنصري يعطى بالعلاقة:

$$dl = \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2 + (rsin\theta d\varphi)^2}$$

عبارة عنصر المساحة بدلالة الإحداثيات الأسطوانيةِ:

- بالنسبة للسطح العمودي على $\vec{e}_r$: $dS = r^2 sin\theta d\theta d\varphi$
- بالنسبة للسطح العمودي على $\vec{e}_\theta$: $dS = rsin\theta dr d\varphi$
- بالنسبة للسطح العمودي على $\vec{e}_z$: $dS = rdrd\theta$

عبارة عنصر الحجم بدلالة الإحداثيات الكروية:

$$dv = r^2 sin\theta dr d\theta d\varphi$$

11.1. الدوال متعددة المتغيرات والمؤثرات:

1- الدوال متعددة المتغيرات:

توجد الكثير من الكميات التي تعتمد في قيمتها على كمية أو كميات أخرى مثل تلك الكميات تسمى متغيرات معتمدة أو (متغيرات تابعة)، بينما الكميات التي تعتمد عليها تسمى متغيرات مستقلة.

تسمى الدالة بمتغير واحد إذا كان عد د المتغيرات المستقلة فيها واحد.

تسمى الدالة بمتغيرين إذا كان عدد المتغيرات المستقلة فيها أثنين.

تسمى الدالة بثلاث متغيرات إذا كان عدد المتغيرات المستقلة فيها ثلاثة........ .

........وهكذا ....

تسمى الدالة بـــــ n من المتغيرات إذا كان عدد المتغيرات المستقلة فيها n .

- الدوال ذات المتغير المستقل الواحد مثل: $y = f(x)$

مثال: مساحة الدائرة A هي متغير تابع (دالة) في المتغير المستقل r (نصف قطر الدائرة):

$$A = f(r) = \pi r^2$$

- الدوال ذات متغيرين مستقلين مثل: $z = f(x, y)$

مثال: مساحة المستطيل A هي دالة بمتغيرين مستقلين x و y بعدي المستطيل، حيث:

$$A = f(x, y) = xy$$

أي أن A متغير معتمد (تابع) وحيد القيمة في المتغيرين المستقلين x و y .

- الدوال ذات ثلاث متغير ات مستقلة مثل: $U = f(x, y, z)$

دوال ذات ثلاث متغيرات مستقلة(x, y, z) منطلق هذه الدوال هو مجموعة الاعداد المرتبة ثلاثيا (x, y, z) ويرمز لقيم f بالرمز $f(x, y, z)$ التي تقرن العدد المرتب ثلاثيا (x, y, z) بعدد وحيدU .

مثال: حجم متوازي المستطيلات U هو دالة (متغير تابع وحيد القيمة) في ثلاث متغيرات مستقلة هي أبعاد متوازي المستطيلات: الطول x والعرض y والارتفاع z .

$$U = f(x, y, z) = xyz$$

- الدوال في n من المتغير ات المستقلة مثل: $U = f(x_1, x_2, x_3, \dots x_n)$

يمكن تعميم التعريف السابق للدالة U في المتغيرات المستقلة $(x_1, x_2, x_3, \dots x_n)$ وعددها n اذا وجدت قاعدة تقرن بكل عدد مرتب نونيا على الصورة $(x_1, x_2, x_3, \dots x_n)$ عدد وحيدU .

الاشتقاق الجزئي:

هو اشتقاق دالة مكونة من عدة متغيرات بحيث يكون ذلك الاشتقاق بالنسبة لأحد هذه المتغيرات مع معاملة باقي المتغيرات كثوابت ، والاشتقاق الجزئي ذو فائدة كبيرة في التحليل الشعاعي والهندسة التفاضلية.

والاشتقاق الجزئي يستخدم عندما تكون الدالة ذات عدة متغيرات، ويستخدم الرمز (∂) بدلا من الرمز(d) ، لأنه اشتقاق لدالة في عدة متغيرات.

مثال: حساب المشتقات الجزئية للدالة التالية:

$$f(x,y,z) = x^2 + 3y^3 + 4xyz$$

الحل:

نقوم بحساب المشتقات الجزئية بالنسبة لكل متغير بفرض باقي المتغيرات ثابتة:

- المشتق الجزئي لـ x/f هو: $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

- المشتق الجزئي لـ y/f هو: $\frac{\partial f}{\partial y} = 9y^2$

- المشتق الجزئي لـ z/f هو: $\frac{\partial f}{\partial z} = 4xy$

المشتقات الجزئية من رتبة أعلى:

اذا كانت الدالة $f(x,y)$ لها مشتقات جزئية فان $\frac{\partial f}{\partial x}$ و $\frac{\partial f}{\partial y}$ هي نفسها دوال ويمكن ان يكون لها مشتقات جزئية، هذه المشتقات الثانية تأخذ الرموز:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f_{xx}\ ,\ \ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f_{yy}\ , \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = f_{xy}\ , \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = f_{yx}$$

مثال:

أوجد المشتقات الجزئية للدالة التالية:

$$f(x,y) = x^2 + xy^2$$

الحل:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y^2 \ \ \rightarrow\ \ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2\ \ ,\ \ \ \ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 2y$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy \ \ \rightarrow\ \ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2x\ \ ,\ \ \ \ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 2y$$

- المشتق الكلي:

إذا كان لدينا الدالة $f(x,y,z)$ يعطى المشتق الكلي لها بالنسبة للزمن t بالعبارة التالية:

$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt} \qquad (34.1)$$

التفاضل الجزئي والكلي:

لتكن الدالة $f(x,y,z)$، نعرف التفاضلات الجزئية لهذه الدالة كما يلي:

- التفاضل الجزئي لـ x/f هو: $\partial f_x = \frac{\partial f}{\partial x} dx$

- التفاضل الجزئي لـ y/f هو: $\partial f_y = \frac{\partial f}{\partial y} dy$

- التفاضل الجزئي لـ z/f هو: $\partial f_z = \frac{\partial f}{\partial z} dz$

مجموع هذه التفاضلات الجزئية يعطي التفاضل الكلي وتكون عبارته كما يلي:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz \qquad (35.1)$$

مثال:

لتكن الدالة $f(x, y, z) = x^2 + 5y^3 - 3z$. جد التفاضلات الجزئية والتفاضل الكلي لهذه الدالة:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x \,, \frac{\partial f}{\partial y} = 15y^2 , \quad \frac{\partial f}{\partial z} = -3$$

ومنه والتفاضل الكلي:

$$df = 2xdx + 15y^2 dy - 3dz$$

2- المؤثرات:

- نقول عن الدالة f (x, y, z) حقلا سلميا إذا كانت الدالة f (x, y, z) سلمية.

- نقول عن الدالة $\vec{V}$ (x, y, z) حقلا شعاعيا إذا كانت الدالة $\vec{V}$ (x, y, z) شعاعية.

أ- المؤثر:

هو رمز رياضي يدل على عملية رياضية معينة يجب تطبيقها على كل ما يلي هذا المؤثر. مثلا مؤثر التفاضل، عندما يوضع قبل تابع قابل للمفاضلة $f(t)$ ، فهذا يعني أن هذا التابع تجب مفاضلته بالنسبة للمتغير (t).

- المؤثر نبلا:

- المؤثر نبلا هو دالة تقوم بإنجاز نوع من العمليات على الدوال السلمية أو الشعاعية الأخرى.

يعرف المؤثر الشعاعي التفاضلي نبلا (nabla) والذي يرمز له بالرمز $(\vec{\nabla})$ كالتالي:

$$\vec{\nabla} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \qquad (36.1)$$

$(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ هي المشتقات الجزئية بالنسبة للموضع.

- التدرج: تدرج الدالة السلمية

أن التدرج يؤثر على الحقول السلمية وينتج حقولا شعاعية أي يعبر عن تغيرات الحقل السلمي، ويكسبه صفة شعاعية تساعد على تحديد جهة تلك التغيرات وأنه تفاضل الدالة بالنسبة للأبعاد الثلاثة (x,y,z) ، فإذا كانت $f(x,y,z)$ دالة سلمية فان تدرجها مقدار شعاعي مركباته مشتقاتها الجزئية وهو معرف كالتالي:

$$\overrightarrow{grad}f = \vec{\nabla}f = \vec{e}_x\frac{\partial f}{\partial x} + \vec{e}_y\frac{\partial f}{\partial y} + \vec{e}_z\frac{\partial f}{\partial z} \qquad (37.1)$$

مثال:

أحسب تدرج الدالة: $f(x,y,z) = 4x^3y^2z$

الحل:

حساب تدرج الدالة باستعمال العلاقة (37.1) فنجد:

$$\overrightarrow{grad}f = \vec{\nabla}f = 12x^2y^2z.\vec{e}_x + 8x^3yz.\vec{e}_y + 4x^3y^2.\vec{e}_z$$

-عبارة التدرج بدلالة الإحداثيات الأسطوانية:

$$\overrightarrow{grad}f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z$$

حيث f يمثل دالة سلمية.

- عبارة التدرج بدلالة الإحداثيات الكروية:

$$\overrightarrow{grad}f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi$$

حيث f يمثل دالة سلمية.

- التباعد (التفرق):

التباعد أو ما يعرف كذلك بالتفرق يؤثر على الحقول الشعاعية وينتج عنه حقول سلمية وهو الجداء السلمي للمؤثر نبلا في دالة شعاعية قابلة للاشتقاق والصورة التحليلية لتباعد الشعاع هي:

$$div\vec{V} = \vec{\nabla}.\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \qquad (38.1)$$

حيث:

$$\vec{V} = V_x\vec{e}_x + V_y\vec{e}_y + V_z\vec{e}_z$$

مثال:

أحسب تباعد الشعاع:

$$\vec{V}(\mathrm{x,y,z}) = 3xz\vec{e}_x + 2xy^2z\vec{e}_y + yz\vec{e}_z$$

الحل:

حساب تباعد الشعاع باستعمال العلاقة (38.1) فنجد:

$$div\vec{V} = \vec{\nabla}.\vec{V} = 3z + 4xyz + y$$

- عبارة التباعد بدلالة الإحداثيات الأسطوانية:

$$div\vec{V} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}\right] + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

- عبارة التباعد بدلالة الإحداثيات الكروية:

$$div\vec{V} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2V_r)}{\partial r} + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial(V_\theta sin\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}$$

- الدوران:

إذا كان لدينا الشعاع: $\vec{V} = \left(V_x,\ V_y,\ V_z\right)$ فان الصورة التحليلية لدوران هذا الشعاع تعطى بالعلاقة التالية:

$$\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = \vec{\nabla}\Lambda\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} \qquad (39.1)$$

$$\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)\vec{e}_x - \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z}\right)\vec{e}_y + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\vec{e}_z$$

مثال:

عين دوران الشعاع:

$$\vec{V}(\mathrm{x,y,z}) = 4xy\vec{e}_x - 6yz^2\vec{e}_y + 18xy^3\vec{e}_z$$

الحل:

لحساب دوران الشعاع نستعمل العلاقة (39.1) فنجد:

$$\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = (54xy^2 + 12yz)\vec{e}_x - (18y^3 - 0)\vec{e}_y + (0 - 4x)\vec{e}_z$$

ومنه:

$$\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = (54xy^2 + 12yz)\vec{e}_x - (18y^3)\vec{e}_y + (4x)\vec{e}_z$$

- عبارة الدوران بدلالة الإحداثيات الأسطوانية:

$$(\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V})_r = \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z}$$

$$(\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V})_\theta = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}$$

$$(\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V})_z = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial (rV_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right]$$

- عبارة الدوران بدلالة الإحداثيات الكروية:

$$(\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V})_r = \frac{1}{rsin\theta}\left[\frac{\partial (sin\theta V_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial \varphi}\right]$$

$$(\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V})_\theta = \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial (rV_\varphi)}{\partial r}$$

$$(\overrightarrow{rot}\overrightarrow{V})_\varphi = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial (rV_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right]$$

ملاحظة:

إذا كان لدينا $\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = \vec{\nabla}\wedge\vec{V} = \vec{0}$ ، فنقول على الشعاع $\vec{V}$ انه شعاع محافظ اوانه مشتق من كمون.

الفصل الثانى:

الحقل الكهربائي

الفصل الثاني: الحقل الكهربائي

1. مفاهيم عامة:

لقد درسنا في الميكانيكا قوة التجاذب الكتلي (قانون الجذب العام لنيوتن) الذي يحدث بين جسمين يتميزان بكتلتيهما. وفيما يلي سنتناول تفاعلا آخر، وهو التفاعل الكهربائي، والذي يتضمن مفهوم الشحنة الكهربائية. الكهرباء الساكنة هي جزء من الكهرباء الذي يتضمن شحنات ساكنة فقط.

1. 1. الظواهر الكهروستاتيكية: مفهوم الشحنة الكهربائية

ربما لاحظت يوما عند فرك قطعة ملابس من النايلون او الصوف في الظلام شرارة كهربائية، يعرف هذا بالظاهرة الكهروستاتيكية. مظهر آخر من مظاهر الكهرباء الساكنة يتمثل في جذب الأجسام الخفيفة الصغيرة (قطع الورق على سبيل المثال) بأجسام مفروكة او مدلوكه (مسطرة مثلا...). تم الإبلاغ عن هذا النوع من الظواهر من قبل الفيلسوف اليوناني طاليس ميليتس حوالي 600 قبل الميلاد، فقد لاحظ انجذاب أغصان القش الى فرك الكهرمان الأصفر... وكلمة كهرباء، التي تشير إلى كل هذه المظاهر مشتقة من كلمة"elektron" ، والتي تعني الكهرمان في اليونانية.

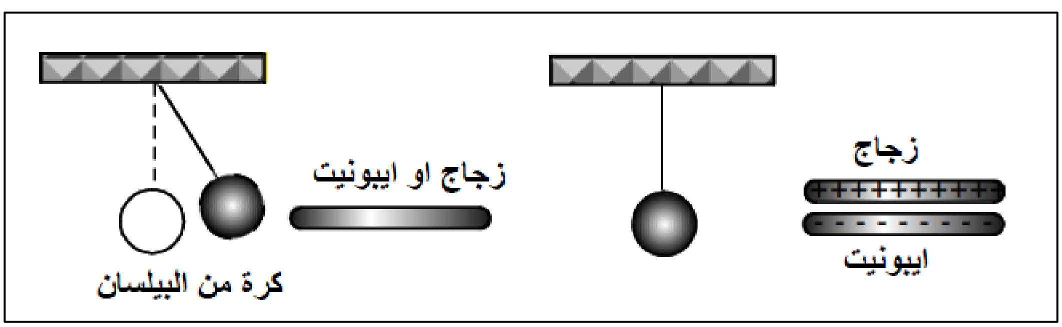
استمرت دراسة الظواهر الكهربائية حتى القرن التاسع عشر، عندما تم تطوير النظرية الموحدة للظواهر الكهربائية والمغناطيسية، المسماة الكهرومغناطيسية. في هذا الوقت ظهرت كلمة "ساكن" للإشارة إلى الظواهر التي هي موضوع هذا الفصل. سنرى لاحقا عند دراستنا للمجال المغناطيسي سبب حدوث ذلك. سنكتفي في الوقت الحالي بالتعود على الحديث عن الظواهر الكهروستاتيكية.

لتسليط الضوء على ظاهرة التكهرب وتقديم تفسير متماسك لها، دعونا نلقي نظرة على تجربتين بسيطتين:

التجربة الأولى:

لنأخذ كرة (مصنوعة من البلسان أو البوليسترين، على سبيل المثال) ونعلقها بخيط. ثم نقرب منها قضيب من الزجاج أو الايبونيت (مطاط صلب)، بعد أن ندلكه مسبقا بقطعة من القماش: يجذب القضيبان الكرة.

بالمقابل، إذا قربنا منها في نفس الوقت القضيبين جنبا إلى جنب، فلن يحدث شيء. الشكل (1.1).

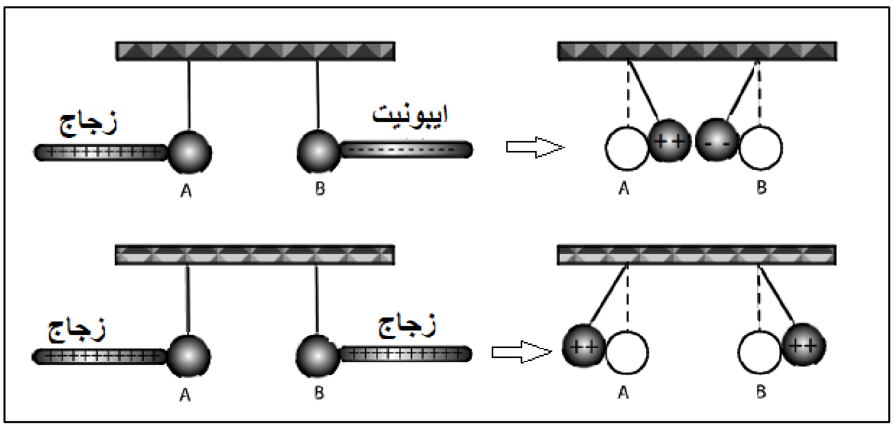


الشكل (1.1)

يحدث كل شيء كما لو كان كل قضيب منذ احتكاكه، ناقلا للكهرباء، لكن هذا يمكن أن يظهر حالتين متعارضتين (لأنه قادر على إلغاء آثار الآخر). وهكذا تم وصف الكهرباء الموجودة في الزجاج (المدلوك بالحرير) عبارة عن كهرباء زجاجية خصص لها بشكل اصطلاحي إشارة موجبة أي كهرباء موجبة، وتلك التي يحملها الابونيت (او البلاستيك المدلوك بالفراء) كهرباء راتنجية تم تعيينها اصطلاحا بالإشارة السالبة أي كهرباء سالبة. يرجع هذا التصنيف الى العالم بنجامين فرنكلين (1706-1790).

التجربة الثانية:

دعونا الآن نأخذ الكرتين A وB، سبق ملامستهما بقضيب مدلوك أي مكهرب (الكرتان مكهربتان)، ونعلقهما جنبا إلى جنب. إذا كان قد تلامس كلاهما بقضيب من نفس المادة، فإنهما يتنافران. الشكل (2.2).



الشكل (2.2)

من ناحية أخرى، إذا تم ملامستها لقضبان من مواد مختلفة (على سبيل المثال A مع الزجاج المدلوك وB مع الايبونيت المدلوك)، فإنهما تنجذبان لبعضها البعض، الشكل (2.2). وإذا حدث تلامس للكرتين بسبب تجاذبهما، فنلاحظ أنهما يفقدان بعد ذلك كل تكهرب (الكهرباء): وتأخذ كل منهما موضع التوازن الشاقولي تحت تأثير ثقلها.

هذه التجربة غنية جدا. يمكننا أولا أن نستنتج أن جسمين يحملان كهرباء من نفس الطبيعة (سواء كانت موجبة أو سالبة) يتنافران، في حين أنهما يجذبان بعضهما البعض إذا كانا يحملان كهرباء من اشارتين مختلفتين.

نستنتج كذلك من هذه التجارب ان قوة التجاذب او التنافر أكثر شدة من قوة التجاذب الكوني الحاصل بين كتلتين.

هذه التجارب توضح لنا أيضا أن هذه الكهرباء قادرة ليس فقط على التأثير عن بعد (التنافر أو التجاذب) ولكن أيضا على الانتقال من جسم إلى آخر. لكن ما الذي يتحرك؟

إذا علقنا الكرات على مقياس الكتل، حتى لو كان دقيقا جدا، فلن نتمكن من اكتشاف أدنى اختلاف في الوزن بين بداية التجربة واللحظة التي يتم فيها تزويدها بالكهرباء أي تكهربها. ومع ذلك، فإن حقيقة أنه من

الضروري أن يكون هناك اتصال بين مادتين لتتمكن الكهرباء من الانتقال من واحدة إلى أخرى، يبدو أنها تشير إلى أن هذه الكهرباء يتم نقلها عن طريق المادة.

يتم تفسير جميع أفعال الكهرباء الساكنة من خلال وجود دقائق داخل المادة تحمل شحنة كهربائية موجبة أو سالبة، وحرة في الحركة.

كان روبرت أ. ميليكان هو من أثبت لأول مرة في عام 1909 من خلال التجربة ان الشحنات الكهربائية التي تحملها الاجسام مكممه. أجرى ميليكان تجربته، بحيث تمكن خلالها من توقيف قطرة من الزيت مشحونة تحت تأثير القوة الكهربائية وقوة الثقل، واثبت أن أي شحنة كهربائية Q يمكن قياسها، ثم استنتج شحنة القطرة. قام بتكرار التجربة عدة مرات، وأثبت ان كل الشحنات تكون فقط في شكل مضاعفات شحنة أولية (اساسية) غير قابلة للتجزئة e، وهذا يعني أن:

$$Q = \mp ne$$

حيث: $e = 1.602.10^{-19}C$ و $n = 1, 2, 3, \ldots$

في جملة الوحدات الدولية تقاس الشحنة بوحدة الكولوم ورمزها (C).

لا يمكن تفسير جميع التجارب الفيزيائية (وخاصة تلك الموصوفة أعلاه) إلا إذا كانت الشحنة الكهربائية الأولية ثابتة: فلا يمكن تدميرها أو توليدها، وهذا صالح أيا كان المرجع. وهذا ما نصفه بمفهوم الثبات النسبي للشحنة الكهربائية.

2.1. مبدأ انحفاظ الشحنة الكهربائية:

في التجارب السابقة، عند دلك القضيب الزجاجي بقطعة قماش، يكتسب القضيب الزجاجي شحنة موجبة، ولكن في نفس الوقت تكتسب قطعة القماش شحنة سالبة مساوية. في النظام المتكون من القضيب والقماش، تظل كمية الشحنة الكهربائية ثابتة. الشحنات السالبة المغادرة للزجاج توجد في قطعة القماش. هذه الظاهرة ناتجة عن مبدأ عام وهو مبدأ انحفاظ الشحنة الكهربائية.

ملاحظة: في النظام المعزول، يظل المجموع الجبري للشحنات الكهربائية ثابتا خلال الزمن. هذا ما ينص عليه مبدأ انحفاظ الشحنة الكهربائية للجملة المغلقة.

3.1. بنية المادة:

تصف النظرة الحديثة للمادة بأنها مكونة من ذرات. وكل ذرة من هذه الذرات نفسها مكونة من نواة (اكتشفها راذرفورد في عام 1911) تحمل الجزء الأكبر من الكتلة، وتدور حولها سحابة تتكون من الإلكترونات. تتنافر هذه الإلكترونات فيما بينها ولكنها تظل محجوزة حول النواة، لأن هذه النواة تحتوي على شحنة كهربائية موجبة تجذب هذه الالكترونات. تعزى هذه الشحنة الموجبة إلى جسيمات تسمى البروتونات. ومع ذلك، لا يمكن أن تظل النواة الذرية مستقرة إذا كانت تتكون فقط من البروتونات، فهذه تميل بالفعل إلى التنافر فيما بينها. لذلك يوجد نوع آخر من الجسيمات الا وهو النيوترونات (اكتشفها تشادويك عام 1932) وتحمل شحنة

كهربائية صفرية أي متعادلة كهربائيا. تسمى الجسيمات الدقيقة التي تتكون منها النواة الذرية بالنيوكليونات (البروتونات والنيترونات).

في الجدول الدوري لماندليف، يتم تمثيل أي عنصر كيميائي X بالرمز $^{A}_{Z}X$. ويسمى الرقم A بالعدد الكتلي: وهو العدد الإجمالي للنيوكليونات (البروتونات والنيوترونات). ويسمى العدد Z بالعدد الذري وهو العدد الإجمالي للبروتونات التي تشكل النواة. وبالتالي فإن إجمالي الشحنة الكهربائية للنواة هو$Q = +Ze$، ثم يكون للسحابة الإلكترونية شحنة إجمالية $Q = -Ze$، وبالتالي فالذرة متعادلة كهربائيا.

ربما تكون الاجسام المتعادلة كهربائيا من حولنا ولا سيما ما يمكننا ان نراه منها مسألة غير ملفتة للانتباه، الا انها في حقيقة الامر تحتوي على اعداد هائلة من الشحنات الكهربائية، ومعنى ذلك ان الشحنات الموجبة تعادل الشحنات السالبة ويقال عن الجسم عندها انه متعادل كهربائيا.

4.1. أصل الشحنة الكهربائية:

ان منشأ التأثير الكهربائي هو الشحنة الكهربائية، ومنشأ الشحنة الكهربائية هو الالكترون شحنته $(e-)$ والبروتون شحنته $(e+)$. ان التأثير الكهربائي هو المسؤول على ربط الالكترونات بالنواة لتشكيل ذرة مستقرة، وربط الذرات ببعضها البعض لتشكيل الجزيء المستقر وربط الجزيئات بعضها ببعض لتشكيل البلورات وبالتالي الاجسام الصلبة والموائع. وهكذا نرى ان التأثير الكهربائي مسؤول على وجود المادة كما هي وكما نراها.

حاليا، يمكن القول ان في هذا الكون (أو بالأحرى مجموعة مظاهره المعترف بها) تعمل ثلاث قوى أساسية:

1- القوة النووية: منشأها الشحنات، مدى تأثيرها صغير جدا في حدود $10^{-15}m$. وشدتها فائقة الشدة، وهي وحدها المسؤولة عن تماسك النواة ووجود نواة مستقرة.
2- القوة الكهربائية: منشأها الشحنات الكهربائية. وقد يكون فعلها تجاذب وتنافر، متوسطة الشدة مداها بعيد وساحة عملها الذرة والجزيئات، هذه القوة هي المسؤولة على وجود المادة كما نعرفها.
3- قوة الجذب العام: منشأها الكتل، قوة تجاذب ذات مدى بعيد جدا وشدة ضعيفة، ساحة عملها الكون. تجذب الكواكب بعضها لبعض لتكون الجمل المستقرة، كالمجموعة الشمسية.

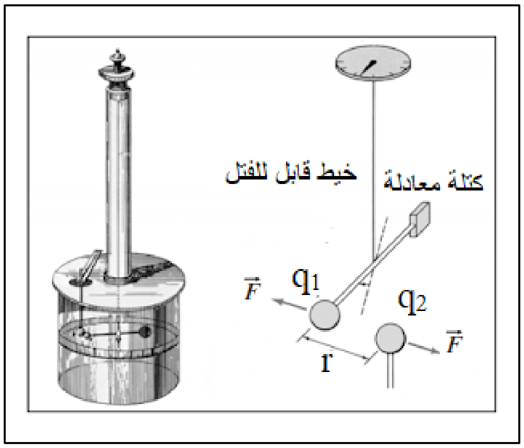
2. قانون كولوم:

يعرف قانون كولوم بشكل بسيط على أنه وصف رياضي للقوة الكهربائية أو التفاعل الكهروستاتيكي بين الأجسام المشحونة بشحنة كهربائية.

لقد تمكن العالم الفرنسي تشارلز أوغستان دي كولوم (Coulomb Charles Augustus) في سنة 1785 من القيام بدراسة تجريبية لدراسة العوامل التي يتعلق بها التأثير الكهربائي المتبادل بين الشحنات الكهربائية الساكنة، وذلك باستخدام ميزان اللي (Coulomb’s torsion balance) الموضح في الشكل (3.2) الذي صممه بنفسه لهذا الغرض. حيث تمكن من التوصل الى العلاقة الرياضية بين القوة الكهربائية أو القوة الكهروستاتيكية - تسمى بهذا الاسم بسبب بقاء الشحنات الكهربائية ساكنة في مكانها لا تتحرك - ومقدار هذه الشحنات الكهربائية والمسافة الفاصلة بينها.

ميزان اللي مكون من كرة معدنية صغيرة وخفيفة أبعادها مهملة بالمقارنة مع المسافات التي تفصلها عن باقي المؤثرات - تؤدي نفس الدور الذي تؤديه النقطة المادية في الميكانيك - تحمل شحنة كهربائية مقدارها (q_1) موصولة بكتلة تعادلها بواسطة سلك عازل مربوط من منتصفه بخيط خفيف قابل للفتل متصل بقرص مدرج مثبت عليه مؤشر يقيس زاوية الانحراف الناتجة عن التأثير المتبادل بين الشحنة (q_1) وأية شحنة أخرى (q_2).

بإجراء عدة قياسات وجد ان مقدار زاوية الانحراف يتغيربتغيير مقدار الشحنتين والبعد بينهما في الفراغ من هنا توصل كولوم الى ان القوة الكهربائية المتبادلة بين شحنتين نقطيتين:



الشكل (3.2): ميزان اللي

1- محمولة على المستقيم الواصل بين مركزي الشحنتين.

2- تتناسب طردا مع حاصل ضرب مقداري الشحنتين. (q_1) و (q_2)

3- تتناسب عكسا مع مربع البعد بين مركزي الشحنتينr^2.

التعبير الرياضي لقوة كولوم وترجمة الخصائص المذكورة أعلاه هو كما يلي:

$$\vec{F} = K.\frac{q_1 . q_2}{r^2}\vec{u} \rightarrow F = k.\frac{|q_1 . q_2|}{r^2}$$

حيث:

F : يعبر عنها بالنيوتن (N)

(q_1) و (q_2) : يعبر عنهما بالكولوم (C)

r : يعبر عنه بالمتر (m)

K : ثابت التناسب.

ويعتمد هذا الثابت على طبيعة الوسط الفاصل بين الشحنتين وعلى الوحدات المستخدمة للقوة والشحنة والمسافة، في الفراغ (والهواء) وعند استخدام النيوتن لقياس القوة والكولوم لقياس الشحنة والمتر لقياس المسافة فإن: $K = 9.10^9\ N.m^2/C^2$. غالبا ما يستبدل الثابتK بثابت آخر أكثر شيوعا $\mathcal{E}_0$ الذي له علاقة مباشرة مع الخاصية الكهربائية للوسط الذي توجد به الشحنات، يسمى السماحية الكهربائية للفراغ (الخلاء). والعلاقة بينهما تكتب كالتالي:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \rightarrow \mathcal{E}_0 = 8.85.10^{-12}N^{-1}m^{-2}C^2$$

وبالتالي يمكن ان نكتب القوة الكهربائية بالشكل التالي:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q_1 . q_2}{r^2}\vec{u} \rightarrow F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{|q_1 . q_2|}{r^2}$$

عندما يكون الوسط المحيط بالشحنات مختلفا عن الهواء يكون للثابت K قيمة أخرى تختلف من وسط الى آخر ويعطى بالعبارة:

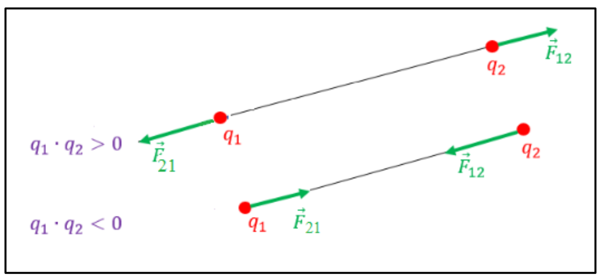
$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$$

حيث:

ε : ثابت سماحية الوسط

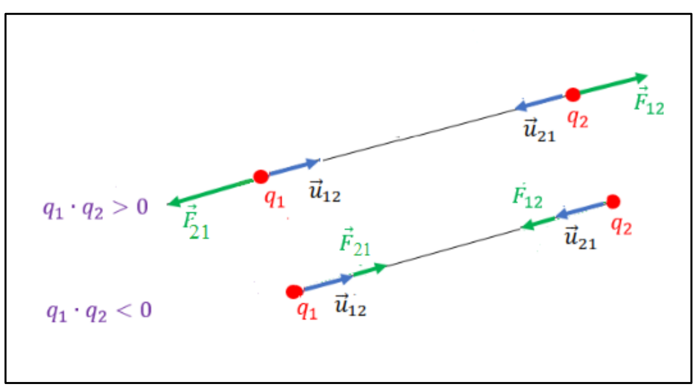
ε_r : ثابت العزل الكهربائي أو السماحية النسبية لمادة الوسط. واضح من عبارته ان هذا الثابت ليس له وحدة قياس.

انه لمن الضروري ليكتمل تعريفنا وفهمنا لهذه القوة تحديد اتجاه تأثير هذه القوة، اذ ان جهة القوة الكهربائية تتعلق بإشارتي الشحنتين بحيث تكون قوة تنافر إذا كانت الشحنتين لهما نفس الإشارة وتكون قوة تجاذب إذا كانت الشحنتين لهما إشارتين مختلفتين. الشكل (4.2).



الشكل (4.2): التنافر والتجاذب

$\vec{F}_{12}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2، في حين ان $\vec{F}_{21}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1. بحيث يكون: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. هاتان القوتان متساويتان شدة ومتعاكستان اتجاها (مبدأ الفعل ورد الفعل في الميكانيك). بإدخال اشعة الوحدة كما يوضحه الشكل (5.2) تصبح عبارة القوتان كما يلي:



الشكل (5.2): قوى التجاذب والتنافر

$$\vec{F}_{12} = K.\frac{q_1 . q_2}{r^2}\vec{u}_{12}$$

$\vec{u}_{12}$: شعاع الوحدة المحمول على المستقيم الواصل بين الشحنتين q_1 و q_2، واتجاهه من q_1 الى q_2 .

$$\vec{F}_{21} = K.\frac{q_1 . q_2}{r^2}\vec{u}_{21}$$

$\vec{u}_{21}$: شعاع الوحدة المحمول على المستقيم الواصل بين الشحنتين q_2 و q_1، واتجاهه من q_2 الى q_1.

قانون الجذب العام بين جسيمين كتلتاهما m_1 و m_2 ، والذي تعطى عبارته بما يلي:

$$\vec{F} = -G.\frac{m_1 . m_2}{r^2}\vec{u}$$

بصرف النظر عن القيمة العددية للثابت K، فإن هذا القانون له نفس الخصائص الشعاعية تماما مثل قانون الجذب العام (قانون نيوتن) بين جسيمين كتلتاهما m_1 و m_2 . لذلك لن يكون من المستغرب أن نجد أوجه تشابه بين هذين القانونين. وهذا ما نسميه بالتماثل (او التناظر) ما بين قوانين الطبيعة. لكن ثابت قوة الجاذبية G أصغر بكثير من ثابت القوة الكهربائية K مما يدل على ان القوة الكهربائية اقوى بكثير من قوة الجذب العام، ولهذا فهي الغالبة بين الاجسام الذرية المشحونة كالإلكترونات، البروتونات وغيرها، حيث تهمل قوة الجذب بالمقارنة معها، وهذا يعني أيضا أن جميع الأجرام السماوية محايدة كهربائيا تماما.

مثال 1: ما هو مقدار قوة التنافر الكهربائي بين شحنتين من $1C$ متباعدتين بـ $1Km$؟

الحل:

قوة التنافر الكهربائي تعطى بقانون كولوم:

$$F_e = k.\frac{|q_1 . q_2|}{r^2} = 9.10^9.\frac{1.1}{(10^3)^2} = 9.10^3 N$$

إنها قوة معادلة لثقل كتلة مقدارها تقريبا واحد طن.

مثال 2: مقارنة بين القوة الكهربائية وقوة التجاذب الكتلي:

يفصل بين إلكترون وبروتون ذرة الهيدروجين مسافة $r = 5.3 \times 10^{-11}$ m . أوجد مقدار القوة الكهربائية وقوة التجاذب الكتلي بين الإلكترون و البروتون، حيث: $e^- = -1.6.10^{-19}C$; $m_e = 9.11 \times 10^{-31}kg$; $p=1.6.10^{19}C$; $m_p= 1.67 \times 10^{-27}kg$.

الحل:

- مقدار القوة الكهربائية:

من قانون كولوم وباعتبار الشحنتين هما الكترون وبروتون نجد:

$$\vec{F_e} = K.\frac{q_1.q_2}{r^2}\vec{u} \rightarrow F_e = k.\frac{|q_1.q_2|}{r^2} = k.\frac{|\mathrm{e}-.\mathrm{p}|}{r^2} = 9.10^9\frac{Nm^2}{C^2}.\frac{(1.6.10^{-19}C)^2}{(5.3.10^{-11}m)^2}$$

$$F_e = 0.82.10^{-7}N$$

- مقدار قوة التجاذب الكتلي:

من قانون الجذب العام وباعتبار الكتلتين هما الكترون وبروتون نجد:

$$\vec{F_g} = -G.\frac{m_1.m_2}{r^2}\vec{u} \rightarrow F_g = G.\frac{m_e.m_p}{r^2} = 6.67.10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}.\frac{9.1^{-31}.1.67.^{-27}kg^2}{(5.3.10^{-11}m)^2}$$

$$F_g = 3.61.10^{-47}N$$

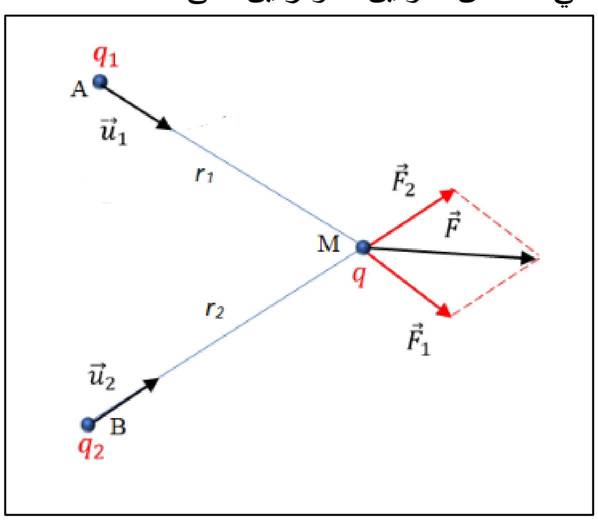
- النسبة بين القوتين:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{0.82.10^{-7}}{3.61.10^{-47}} = 2.27.10^{39}$$

نلاحظ ان مقدار قوة التجاذب الكتلي مهمل امام مقدار القوة الكهربائية.

1.2. مبدأ التراكب:

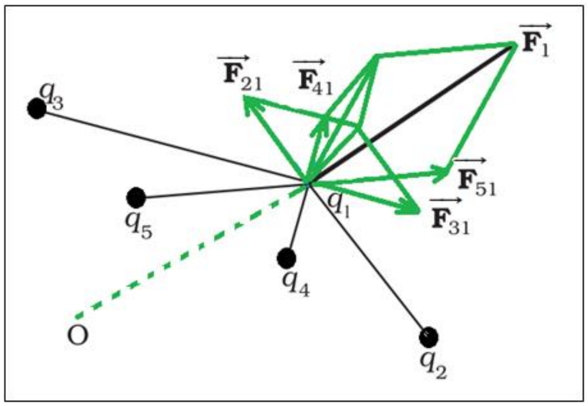
تخضع القوى الكهربائية الى مبدأ التر ا كب. نعتبر ثلاث شحنات نقطية q_1 و q_2 و q ثابتة عند النقاط A و B و M على الترتيب، تظهر التجربة أن القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة q من طرف الشحنتين q_1 و q_2 تساوي المجموع الشعاعي لكل من القوتين المؤثرتين على هذه الشحنة، الشكل (6.2).



الشكل (6.2): مبدأ التراكب

- أما إذا كان لدينا عدة شحنات نقطية $(q_1, q_2, q_3, \dots q_n)$ تؤثر على شحنة نقطية q_0 ، فإن محصلة القوى المؤثرة على هذه الشحنة q_0 هي المجموع الشعاعي لكل القوى الواقعة على هذه الشحنة، الشكل (7.2).

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_{i0} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + \vec{F}_{30} + \cdots + \vec{F}_{n0}$$



الشكل (7.2): محصلة عدة قوى.

يمكن حساب القوة التي تؤثر على الشحنة q_0 ، باسقاط العلاقة السابقة على المحورين (OX, OY) كالتالي:

$$\vec{F}_{0x} = \vec{F}_{10x} + \vec{F}_{20x} + \vec{F}_{30x} + \cdots + \vec{F}_{n0x}$$

$$\vec{F}_{0y} = \vec{F}_{10y} + \vec{F}_{20y} + \vec{F}_{30y} + \cdots + \vec{F}_{n0y}$$

ومن العلاقتين الاخيرتين يمكن حساب مقدار القوة المحصلة وتحديد اتجاهها كالآتي:

$$F = \sqrt{F_{0x}^2 + F_{0y}^2}\,, \qquad tg\theta = \frac{F_{0y}}{F_{0x}}$$

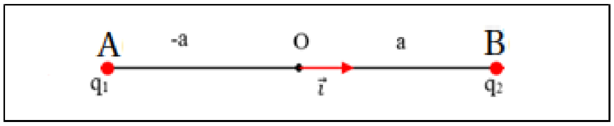
حيث θ هي الزاوية المحصورة بين المحصلة والمحور (OX).

مثال 3:

وضعت شحنتين نقطيتين في الخلاء $q_1=0.15\ \mu C$ و $q_2=0.35\ \mu C$، عند النقطتين A (-a, 0) B (a, 0) على المحور (OX). كما في الشكل (8.2).

1- قم بتمثيل القوة المؤثرة على كل من الشحنتين على الرسم التخطيطي ثم حدد شدة قوى التنافر إذا كانت a=20 Cm.

2- اين يجب ان يكون موضع الشحنة q_3 على المحور (OX) لتكون في وضع اتزان؟ هل تحدث إشارة الشحنة الثالثة او مقدارها أي فرق في الإجابة؟



الشكل (8.2)

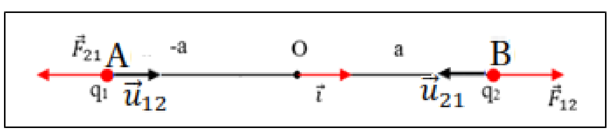
الحل:

3- تمثيل القوى وتحديد شدة قوى التنافر:

الشحنتان q_1 وq_2 موجبتان وبالتالي فان كل منهما تدفع الأخرى (قوة تنافر) بقوة حاملها هو المحور (OX) وجهتها كما يوضحه الشكل (9.2). $\vec{F}_{12}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2، في حين ان $\vec{F}_{21}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1، ومنه نكتب:

$$\vec{F}_{12} = K.\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{u}_{12} = K.\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{\imath} \ ; (\vec{u}_{12} = \vec{\imath})$$

$$\vec{F}_{21} = K.\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{u}_{21} = K.\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}(-\vec{\imath}) \ ; (\vec{u}_{21} = -\vec{\imath})$$



الشكل (9.2)

ومنه شدة قوة التنافر:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \ \rightarrow \ F_{12} = F_{21} = 9.10^9.\frac{|q_1.q_2|}{(2a)^2} = 9.10^9.\frac{0.15.10^{-6}.0.35.10^{-6}}{(2.20.10^{-2})^2} = 3.10^{-3}\text{N}$$

موضع الشحنة q_3 على المحور (OX):

$\vec{F}_{13}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_3، في حين ان $\vec{F}_{23}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_3 القوتان سالفتا الذكر في اتجاهين متعاكسين ولكي تكون الشحنة الثالثة في حالة اتزان يجب ان تتساوى شدتيهما ومنه:

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow 9.10^9.\frac{|q_1.q_3|}{(x)^2} = 9.10^9.\frac{|q_2.q_3|}{(0.4-x)^2}$$

$$\frac{|q_1|}{(x)^2} = \frac{|q_2|}{(0.4-x)^2} \Rightarrow q_1.(0.4-x)^2 = q_2.(x)^2 \Rightarrow x = 0.16m$$

بعد الشحنة الثالثة عن الشحنة الأولى هو x=0.16m

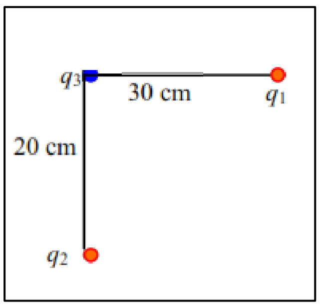
الشحنة الثالثة تكون في حالة اتزان عند النقطة C(-0.04, 0)

نلاحظ ان عبارة موضع الشحنة q_3 لا تتعلق لا بإشارتها ولا بمقدارها ومنه لا تحدث إشارتها او مقدارها أي فرق في الإجابة.

مثال 4:

وضعت ثلاث شحنات نقطية $q_1=6\ \mu C$, $q_2=-8\ \mu C$, $q_3=-10\ \mu C$. كما يوضحه الشكل (10.2).

احسب مقدار القوة المؤثرة في الشحنة q_3 وحدد اتجاهها؟



الشكل (10.2)

الحل:

الشحنة q_3 تخضع لتأثير قوتين: قوة تجاذب مع الشحنة q_1 بحكم اختلاف إشارة شحنتيهما $\vec{F}_{13}$ ، وقوة تنافر مع الشحنة q_2 بحكم تماثل إشارة شحنتيهما $\vec{F}_{23}$. القوتان ممثلتان في الشكل (11.2).

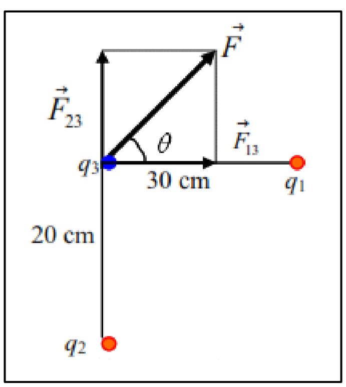
- نحسب أولا مقدار القوة الي تؤثر بها q_1 على q_3 ، يرمز لها بالرمز $\vec{F}_{13}$:

$$F_{13} = 9.10^9.\frac{|q_1 . q_3|}{r^2} = 9.10^9.\frac{|6.10^{-6}.(-10)10^{-6}|}{(30.10^{-2})^2} = 6N$$

- نحسب ثانيا مقدار القوة الي تؤثر بها q_2 على q_3 ، يرمز لها بالرمز $\vec{F}_{23}$:

$$F_{23} = 9.10^9.\frac{|q_2 . q_3|}{r^2} = 9.10^9.\frac{|(-8).10^{-6}.(-10)10^{-6}|}{(20.10^{-2})^2}$$

$$F_{23} = 18N$$



الشكل (11.2)

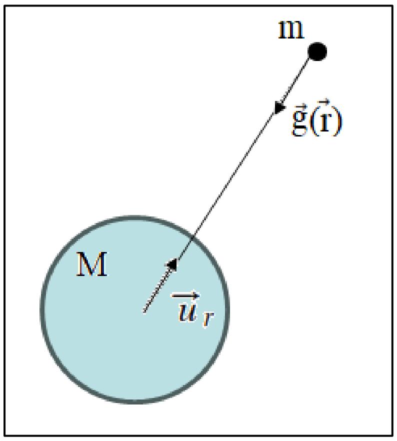
نلاحظ ان القوتان $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ متعامدتان، نحسب محصلة القوتين ولتكن $\vec{F}$ باستعمال نظرية فيتاغورس كالتالي:

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{6^2 + 18^2} = 18.97N$$

$$tg\theta = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{18}{6} = 3 \;\Rightarrow\; \theta = 71.56^\circ$$

3. الحقل الكهربائي:

نعلم أن لكل شحنة كهربائية حيز يحيط بها تؤثر من خلاله على أي شحنة تتواجد في هذا الحيز، ويطلق على هذا الحيز او الفضاء الذي يظهر فيه أثر الشحنة الكهربائية بالمجال (او الحقل) الكهربائي الناتج عن هذه الشحنة. نذكر بان الأرض تولد حقلا يسمى حقل جاذبيتها، من شأنه ان يؤثر على الكتل المتواجدة في الفضاء فتجذبها به اليها. حيث ان الجسم الذي كتلته m (kg) والمتواجد على بعد r (m) من مركزها يتلقى قوة جذب من الأرض التي كتلتها M (kg) تعطى بالعلاقة:



الشكل (12.2)

$$\vec{F} = -G.\frac{m.M}{r^2}\vec{u}_r$$

حيث G ثابت الجذب العام مقداره:

$$G = 6.67.10^{-11}\ (m^3kg^{-1}s^{-2})$$

العلاقة السابقة يمكن ان تكتب بالشكل:

$$\vec{F} = m\left(-G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r\right) = m\vec{g}$$

نلاحظ ان الشعاع $\vec{g}$ هو شعاع يتعلق فقط بكتلة الأرض والبعد عليها. ولا يتعلق بالكتلة m اطلاقا. يمكن ان نقول ان الأرض ولدت هذا الشعاع على بعد $\vec{r}$ من مركزها، وقد سمي هذا الشعاع بشعاع حقل الجاذبية الأرضية عند النقطة المحددة بالشعاع $\vec{r}$، وهو مقدار شعاعي يميز هذه النقطة. ونكتب:

$$\vec{g}(\vec{r}) = \left(-G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r\right)$$

القوة التي تطبقها الأرض على الكتلة m تعطى بالعبارة:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

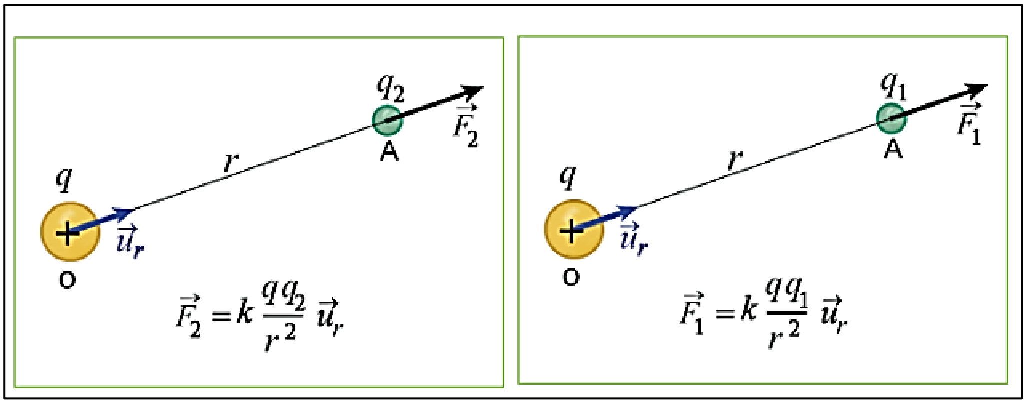
من ذلك نقول ان أي كتلة m' توضع في هذه النقطة سوف تخضع لنفس هذا التأثير فهو تأثير مميز لهذه النقطة من الحقل الأرضي ونكتب:

$$\overrightarrow{F'} = m'\vec{g}$$

شدة شعاع حقل الجاذبية الأرضية على سطح الأرض:

$$g = 9.82\ ms^{-2}$$

للشحنة الكهربائية مجال (او حقل) كهربائي مماثل لحقل الجاذبية الأرضية، يظهر تأثيره على شكل قوة كهربائية على نحو ينسجم مع قانون كولوم تتأثر بها أي شحنة كهربائية توضع في هذا المجال الكهربائي، لذلك تصنف القوة الكهربائية قوة مجال مثل قوة الجاذبية الأرضية.



الشكل (13.2): قوى كولوم

- لتكن الشحنة النقطية q في النقطة O وشحنة نقطية أخرى q_1 في النقطة A. حيث البعد بينهما OA=r ، فإن الشحنة q_1 وبحسب قانون كولوم تخضع للقوة الكهربائية:

$$\vec{F}_1 = K.\frac{q.q_1}{r^2}\vec{u}_r$$

- في النقطة A عندما نستبدل الشحنة q_1 بشحنة أخرى q_2 ، ستخضع الشحنة q_2 أيضا الى قوة كهربائية:

$$\vec{F}_2 = K.\frac{q.q_2}{r^2}\vec{u}_r$$

من العلاقتين السابقتين نقوم بحساب النسبة بين القوة الكهربائية المؤثرة والشحنة المتأثرة فنجد:

$$\frac{\vec{F}_1}{q_1} = \frac{\vec{F}_2}{q_2} = K.\frac{q}{r^2}\vec{u}_r = \vec{E}(\vec{r})$$

نلاحظ ان هذه النسبة تتعلق فقط بالشحنة q وببعد هذه الشحنة على النقطة A.

بالمماثلة مع حقل الجاذبية الأرضية يمكن ان نقول ان الشحنة q ولدت هذا الشعاع $\vec{E}(\vec{r})$ على بعد $\vec{r}$ من مركزها، وقد سمي هذا الشعاع بالحقل الكهربائي عند النقطة المحددة بالشعاع $\vec{r}$، وهو مقدار شعاعي يميز هذه النقطة. ويعتبر الأداة التي تنقل تأثير الشحنة q الى أي موضع من الفضاء سواء كانت به شحنة أو لا، فان وجدت في الموضع شحنة خضعت عندها لقوة كولوم. ويكون اتجاه الحقل الكهربائي في نقطة من نفس اتجاه القوة التي تؤثر بها الشحنة المولدة للحقل الكهربائي في نفس النقطة.

يرمز للحقل الكهربائي الذي تولده الشحنة q في نقطة A تبعد عنها بـ r بالرمز $\vec{E}(\vec{r})$ وتكتب عبارته بالشكل:

$$\vec{E}(\vec{r}) = K.\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

وحدة شدة الحقل الكهربائي في جملة الوحدات الدولية هي C/N او V/m.

من العلاقة يمكن ان نعبر عن القوة الكهربائية كالتالي:

$$\vec{F}_2 = q_2\vec{E}\ , \qquad \vec{F}_1 = q_1\vec{E}$$

بصفة عامه نكتب:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

الجدير بالملاحظة هو ان الحقلين الكهربائي والثقالي لا تدركان بالحواس، ولكن يدرك الأول بشحنة اختبار (واحدة الشحن: $q_0 = 1C$) توضع في إحدى هذه النقاط لتخضع لقوة كهربائية تمثل الحقل الموجود في هذه النقطة، ويدرك الثاني بكتلة اختبار ففي الفضاء المحيط بالأرض يوجد حقل ثقالي ووضع كتلة في أي من هذه النقاط يكشف وجود هذا الحقل بخضوعها لقوة جذب الأرض.

1.3. الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية:

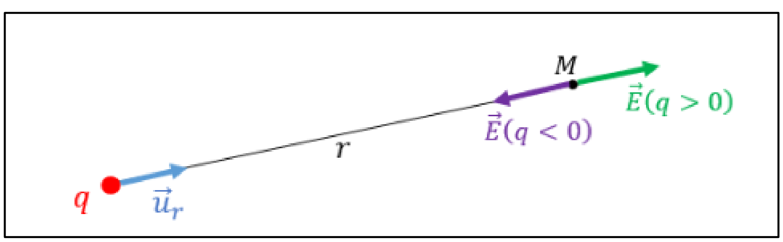
ان الحقل الكهربائي $\vec{E}(\vec{r})$ الناتج عن شحنة نقطية مقدارها q في نقطة M على بعد r منها، يعطى بالعلاقة:

$$\vec{E}(\vec{r}) = K.\frac{q}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

الحقل الكهربائي يكون محمولا على الخط الواصل بين الشحنة q والنقطة M، وشدته تعطى بالعلاقة:

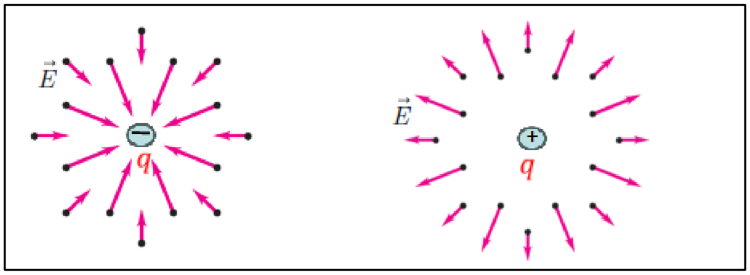
$$E = K.\frac{|q|}{r^2}$$

واتجاهه يتعلق بنوع الشحنة المولدة له. حيث يكون الحقل الكهربائي مبتعدا عن الشحنة q إذا كانت موجبة ويكون الحقل الكهربائي متجها نحو الشحنة q إذا كانت سالبة. الشكل (14.2) يوضح ذلك.



الشكل (14.2): قوة كولوم الناتجة عن شحنة سالبة

كما أشرنا سابقا ان الحقل الكهربائي مقدار شعاعي تختلف جهته ويتغير اتجاهه من نقطة الى أخرى في الفضاء، الشكل (15.2).



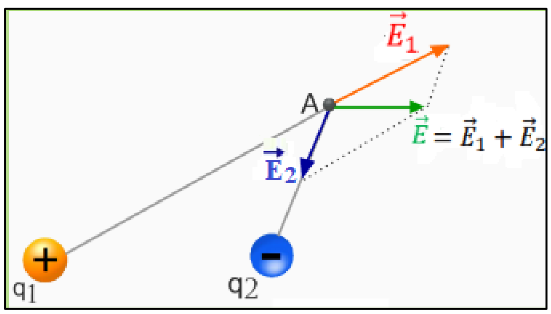
الشكل (15.2): اتجاه الحقل الكهربائي في حالة شحنة موجبة وشحنة سالبه

.2.3 الحقل ا لكهربائي الناشئ عن عدة شحنات نقطية:

ا- حالة شحنتين: في الشكل (16.2):

- $\vec{E}_1$ الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q_1 في النقطة A

- $\vec{E}_2$ الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q_2 في النقطة A



الشكل (16.2): الحقل الكهربائي الناتج عن شحنتين

- الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنتين q_1 و q_2 في النقطة A هو *محصلة الحقلين* $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ كما هو موضح في الشكل، ونكتب: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

ب- حالة عدة شحنات نقطية:

لحساب الحقل الكهربائي الكلي الناتج عن عدد من الشحنات الكهربائية في نقطة من مجالها المشترك، نحسب أولا الحقل الكهربائي عند النقطة المعتبرة الناتج عن كل شحنة، ثم باستعمال مبدأ التراكب يكون الحقل الكهربائي الكلي الناتج يساوي محصلة حقول الشحنات عند تلك النقطة ونكتب:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$$

مثال 1:

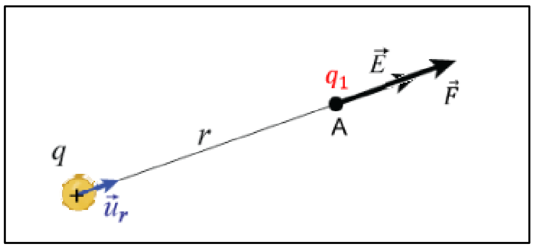
شحنة كهربائية نقطية مقدارها $q=2.10^{-6}C$ أحسب:

1- شدة واتجاه الحقل الكهربائي الناتج عن هذه الشحنة في نقطة A تبعد عنها بـ 30Cm؟
2- القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة كهربائية قيمتها $q_1=8\mu C$ موضوعة في النقطة A؟

الحل:

1- شدة الحقل الكهربائي: شدة الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية تعطى بالعلاقة:

$$E = K.\frac{|q|}{r^2} = 9.10^9.\frac{2.10^{-6}}{(30.10^{-2})^2} = 2.10^5\ N/C$$



الشكل (17.2)

بما أن الشحنة المولدة لهذا الحقل موجبة فان الحقل يكون مبتعدا عن هذه الشحنة.

2- القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة كهربائية تحسب بالعلاقة التالية:

$$F = |q_1|E = 8.10^{-6}.2.10^5 = 1.6\ N$$

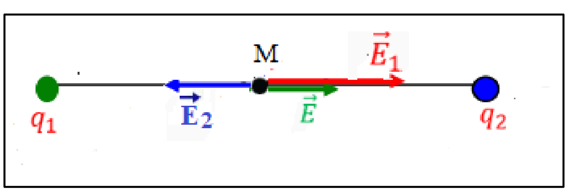
بما أن الشحنة q_1 موجبة فان القوة الكهربائية تكون في نفس اتجاه الحقل الكهربائي أي مبتعدا عن هذه الشحنة.

مثال 2:

شحنتان كهربائيان موجبتان مقدارهما $q_1=4\ \mu C$، $q_2=1\mu C$، موجودتان في الهواء، حيث البعد بينهما هو (20 Cm) أحسب:

1- قيمة واتجاه الحقل الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما.
2- القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة صغيرة مقدارها $q=2.10^{-9}C$ موجودة في منتصف المسافة الفاصلة بينهما.

الحل:



الشكل (18.2): محصلة قوتين

1- قيمة واتجاه الحقل الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما:

- الحقل الكهربائي $\vec{E}_1$ الناتج عن الشحنة q_1 في النقطة M، *تعطى شدته بـ:*

$$E_1 = K.\frac{q_1}{r^2} = 9.10^9 \frac{4.10^{-6}}{(10.10^{-2})^2} = 36.10^5\ N/C$$

- $\vec{E}_2$ الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q_2 في النقطة M، *تعطى شدته بـ:*

$$E_2 = K.\frac{q_2}{r^2} = 9.10^9 \frac{1.10^{-6}}{(10.10^{-2})^2} = 9.10^5\ N/C$$

- الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنتين q_1 و q_2 في النقطة M *هو محصلة الحقلين* $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ كما هو موضح في الشكل، ونكتب: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$، نلاحظ ان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ في اتجاهين متعاكسين وعلى نفس الحامل وبالتالي فان المحصلة تعطى بالعلاقة:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 \Rightarrow E = E_1 - E_2 = 36.10^5 - 9.10^5$$

$$E = 27.10^5\ N/C$$

اتجاه المحصلة يكون في اتجاه الحقل الأكبر الا وهو $\vec{E}_2$. أي من النقطة M *نحو* q_2.

2- القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة كهربائية تحسب بالعلاقة التالية:

$$F = qE = 2.10^{-9}.27.10^5 = 54.10^{-4}\ N$$

طبعا اتجاه هذه القوة من نفس اتجاه محصلة الحقل الكهربائي أي من النقطة M *نحو* q_2.

الحقل الكهربائي الكلي الناتج عن عدد من الشحنات الكهربائية في نقطة من مجالها المشترك.

3.3. الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع متصل للشحنة:

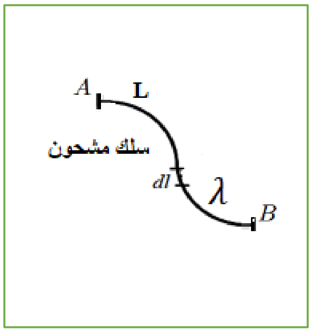
من الناحية العملية، نادرا ما يكون تعبير الحقل الكهربائي الكلي الناتج عن عدد من الشحنات الكهربائية في نقطة من مجالها المشترك باستخدام مبدأ التراكب قابلا للاستخدام، نظرا لأنه كثيرا ما نتعامل مع الاجسام التي تشتمل على عدد هائل من الشحنات، وبالتالي تكون المسافات بين الشحنات في مجموعة الشحنات الموزعة على سطح جسيم موصل أصغر بكثير من المسافة بين هذه الشحنات وبعض النقاط المطلوب إيجاد الحقل الكهربائي عندها، وأيضا نفقد أي إمكانية لتمييز موضع شحنة عن أخرى. في مثل هذه الحالة يكون استخدام نظام التوزيع المتصل للشحنة عملي وأكثر دقة.

4.3. توزيع الشحنة المتصلة:

هناك حالات تكون فيها الشحنة الكهربائية موزعة توزعا مستمرا على طول خط مستقيم L (ساق او سلك) أو على سطح S (سطح مستو او قرص) أو في حجم V (كرة مشحونة حجميا مثلا). من أجل حساب الحقل الناتج عن توزيع متصل للشحنات الكهربائية نحتاج أولا الى تعريف مفهوم كثافة الشحنة. وبحسب توزعها

تعرف كثافتها، والتي تعبر عن كمية الشحنة في واحدة الطول بالنسبة للكثافة الطولية، كمية الشحنة في واحدة السطح بالنسبة للكثافة السطحية، كمية الشحنة في واحدة الحجم بالنسبة للكثافة حجمية.

- ✓ كثافة الشحنة الطولية: موافقة لتوزيع شحني خطي متصل ويرمز لها بالرمز λ وعبارتها تكتب بالشكل التالي:

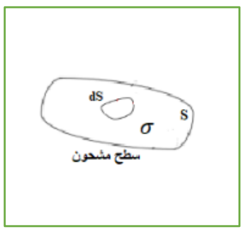


$$\lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \lambda . dl$$

وحدتها في جملة الوحدات الدولية $\frac{C}{m}$.

dq مقدار الشحنة الكهربائية التي يحملها الجزء الصغير (الطول العنصري) dl من السلك L.

- ✓ كثافة الشحنة السطحية: موافقة لتوزيع شحني سطحي متصل ويرمز لها بالرمز σ وعبارتها تكتب بالشكل التالي:

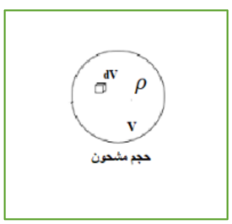


$$\sigma = \frac{dq}{ds} \Rightarrow dq = \sigma . ds$$

وحدتها في جملة الوحدات الدولية C/m^2.

dq مقدار الشحنة الكهربائية الموجودة على السطح الصغير (السطح العنصري)dS من السطح S.

- ✓ كثافة الشحنة الحجمية: موافقة لتوزيع شحني حجمي متصل ويرمز لها بالرمز ρ وعبارتها تكتب بالشكل التالي:



$$\rho = \frac{dq}{dv} \Rightarrow dq = \rho . dv$$

وحدتها في جملة الوحدات الدولية C/m^3.

dq مقدار الشحنة الكهربائية التي يحملها الحجم الصغير (الحجم العنصري)dV من الحجم V.

ملاحظات:

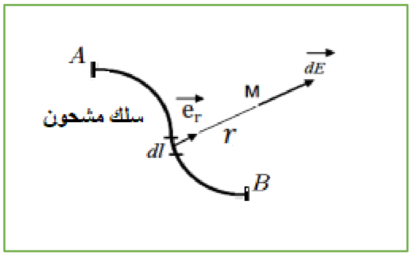
- وفق الحالات يمكننا الحديث عن الجسم المشحون بانتظام إذا كانت الشحنة الكهربائية موزعة على هذا الجسم بكميات متساوية في المناطق المتساوية وبالتالي فان كثافته ثابتة ويكون لدينا:

$$\rho = \frac{dq}{dv} = \text{ثابت} = \frac{q}{V} , \quad \sigma = \frac{dq}{ds} = \text{ثابت} = \frac{q}{S} , \quad \lambda = \frac{dq}{dl} = \text{ثابت} = \frac{q}{L}$$

- يكون التوزيع الشحني متغيرا إذا كانت الشحنة الكهربائية موزعة على هذا الجسم بكميات غير متساوية في المناطق المتساوية وبالتالي تكون كثافته غير ثابتة أي أن:

$$\rho = \frac{dq}{dv} \neq \text{ثابت}, \quad \sigma = \frac{dq}{ds} \neq \text{ثابت}, \quad \lambda = \frac{dq}{dl} \neq \text{ثابت}$$

1.4.3. الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع خطي للشحنة:



الشكل (19.2)

الشحنة الكهربائية الكلية للسلك $q > 0$ تكون موزعة على طول السلك $L = AB$، أي ان لدينا توزيع مستمر للشحنة. الجزء الصغير من السلك dl يحمل شحنة صغيرة جدا بحيث يمكن معاملتها كشحنة نقطية مقدارها dq (نسميها شحنة عنصرية)، تولد هذه الشحنة dq في النقطة M والتي تبعد عنها بالبعد r حقلا عنصريا (حقلا صغيرا) $d\vec{E}$ (كما يوضحه الشكل المقابل) تكتب عبارته بالشكل التالي:

$$d\vec{E} = K.\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r$$

لإيجاد الحقل الكلي الذي يولده هذا الجسم الخطي في النقطة M، نقوم بإسقاط الحقل العنصري $d\vec{E}$ على محاور الاحداثيات، ولان الشحن العنصرية على طول السلك متناهية في الصغر يتحول الجمع إلى تكامل وعليه نكامل كل مركبة لكي نحصل على الحقل الكلي:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K.\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r = K\int \frac{dq}{r^2}.\vec{e}_r = K\int \frac{\lambda dl}{r^2}.\vec{e}_r$$

تطبيق 1: الحقل الكهربائي الناتج عن سلك مشحون طوليا بانتظام

سلك طوله $AB = 2L$ يحمل شحنة كهربائية موجبة q موزعة بانتظام على طول المحور OY ولتكن λ الكثافة الخطية للشحنة. المطلوب إيجاد عبارة الحقل الكهربائي الناتج عن هذا السلك في نقطة M تقع على العمود المنصف لهذا السلك وتبعد عنه بمسافة قدرها a.

الحل:

السلك مشحون خطيا بانتظام ونريد إيجاد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M من OX الذي هو محور الساق.

الجزء الصغير (الطول العنصري) الواجب اخذه من السلك هو قطعة مستقيمة طولها dy والتي تحمل الشحنة العنصرية dq بحيث: $dq = \lambda\, dy$، وبما ان طول السلك هو $2L$ فان كثافة الشحنة تعطى بالعلاقة:

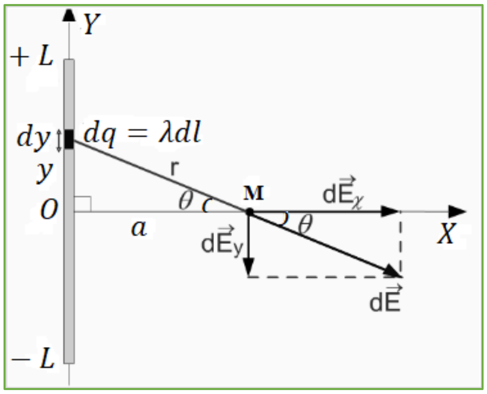
$$.\lambda = \frac{q}{2L}$$

الحقل العنصري $d\vec{E}$ الناتج عن الشحنة العنصرية dq في النقطة M يقع على امتداد القطعة المستقيمة الواصلة بين $d\vec{E}$ و M هو:

$$dE = K.\frac{dq}{r^2}$$

- نقوم بعملية اسقاط للحقل $d\vec{E}$ على المحورين OX و OY فيكون لدينا:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y$$



الشكل (20.2)

حيث نجد من الشكل المقابل: $dE_x = dE\ cos\theta \quad , \ dE_y = dE\ sin\theta$

الحقل الكلي الناتج في النقطة M يساوي مجموع كل تلك الحقول الصغيرة، وهذا المجموع نحصل عليه بإجراء تكامل على طول السلك، أي ان نأخذ بعين الاعتبار كل الشحنة الموجودة على السلك وهذا ما نحدده بحدود التكامل كما سنرى لاحقا.

- نقوم بإجراء التكامل للمركبتين:

- المركبة E_x:

$$E_x = \int dE_x = \int dE\ cos\theta = \int K.\frac{dq}{r^2}\ cos\theta = \int K.\frac{\lambda\ dy}{r^2}\ cos\theta = K\lambda \int \frac{dy}{r^2}\ cos\theta$$

نلاحظ ان ما بداخل التكامل θ، r، dy، ولإجراء هذا التكامل الاحادي يجب ان يكون لدينا متغير واحد فقط. ولذا نقوم بتغيير كل المتغيرات بدلالة متغير واحد ولتكن الزاوية θ نستنتج من الشكل:

$$tg\theta = \frac{y}{a} \Rightarrow y = a.tg\theta \Rightarrow dy = a.d\theta.\frac{1}{(cos\theta)^2}$$

$$cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{cos\theta}$$

بالتعويض في عبارة E_x يكون لدينا:

$$E_x = K\lambda \int \frac{a.d\theta.\frac{1}{(cos\theta)^2}}{(\frac{a}{cos\theta})^2}\ cos\theta = K\lambda \int \frac{d\theta}{a}\ cos\theta\ = \frac{K\lambda}{a}\int d\theta\ cos\theta$$

حدود التكامل: الزاوية θ تأخذ قيمها الحدية θ_{max} و θ_{min} عند الوضعين الحديين الموافقين لـ: $+L$ و $-L$ وقيم التجب الموافقة لكل منهما تحدد كما يلي:

$$sin\theta_{max} = \frac{+L}{r} = \frac{+L}{\sqrt{a^2 + L^2}} \quad , \quad sin\theta_{min} = \frac{-L}{r} = \frac{-L}{\sqrt{a^2 + L^2}}$$

استعملنا خاصية فيتاغورس: $r^2 = a^2 + L^2 \Rightarrow r = \sqrt{a^2 + L^2}$

تبعا لذلك نجد:

$$E_x = \frac{K\lambda}{a}\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} d\theta\, cos\theta = \frac{K\lambda}{a}[sin\theta]_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} = \frac{K\lambda}{a}[sin\theta_{max} - sin\theta_{min}]$$

$$= \frac{K\lambda}{a}.\frac{2L}{\sqrt{a^2 + L^2}}$$

$$E_x = \frac{2K\lambda\, \mathrm{L}}{a\sqrt{a^2 + L^2}}$$

- المركبة E_y:

$$E_y = \int dE_y = \int dE\, sin\theta = \int K.\frac{dq}{r^2}\, sin\theta = \int K.\frac{\lambda\, dy}{r^2}\, sin\theta = K\lambda \int \frac{dy}{r^2}\, sin\theta$$

نقوم بنفس العمليات التي قمنا بها سابقا فنجد:

$$E_y = K\lambda \int \frac{a.d\theta.\frac{1}{(cos\theta)^2}}{(\frac{a}{cos\theta})^2}\, sin\theta = K\lambda \int \frac{d\theta}{a}\, sin\theta = \frac{K\lambda}{a}\int d\theta\, sin\theta$$

لدينا من الشكل:

$$cos\theta_{max} = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + L^2}} \quad , \quad cos\theta_{min} = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + L^2}}$$

ومنه يكون لدينا:

$$E_y = \frac{K\lambda}{a}\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} d\theta\, sin\theta = \frac{K\lambda}{a}[cos\theta]_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} = \frac{K\lambda}{a}[cos\theta_{max} - cos\theta_{min}] = 0$$

إذا المركبة وفق المحور OY معدومة. هذه النتيجة متوقعة بسبب التناظر وذلك لان كل شحنتين صغيرتين من السلك متماثلتين ومتناظرتين بالنسبة لمنتصف السلك O ستولدان في النقطة M حقلا بحيث مركبتيهما وفق المحور OX في نفس الاتجاه فتجمع اما وفق OY فيكونان في اتجاهين متعاكسين فيلغيان بعضهما البعض وبالتالي المركبة وفق المحور OY معدومة، والحقل الكلي يكون محمولا على OX، ونكتب أخيرا:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = E_x\vec{e}_x + E_y\vec{e}_y = E_x\vec{e}_x$$

$$\vec{E} = E_x\vec{e}_x = \frac{2K\lambda\, L}{a\sqrt{a^2 + L^2}}\vec{e}_x \,, \qquad E = E_x = \frac{2K\lambda\, L}{a\sqrt{a^2 + L^2}}$$

ملاحظة:

1- كيف تكون عبارة الحقل لو كان طول السلك L صغير جدا بحيث يهمل امام a؟

لدينا $\lambda = q/2L$ بالتعويض في عبارة الحقل نجد: $E = E_x = \frac{Kq}{a\sqrt{a^2+L^2}}$

باعتبار L صغير جدا بحيث يهمل امام البعد a، ومنه: $a^2 + L^2 = a^2$ بالتعويض في عبارة الحقل نجد أخيرا:

$$E = E_x = \frac{Kq}{a^2}, \qquad \vec{E} = E_x\vec{e}_x = \frac{Kq}{a^2}\vec{e}_x$$

وهذه العبارة هي العبارة التي رأيناها للحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية في نقطة M تبعد عنها بمسافة a. أي ان الحقل الناتج عن الساق القصيرة هو نفسه الناتج عن الشحنة النقطية التي يحملها هذا الساق.

2- كيف تكون عبارة الحقل لو كان طول السلك L كبير جدا (لا نهائي في الطول).

نأخذ عبارة الحقل ونخرج L عامل مشترك من الجذر فنجد:

$$\vec{E} = \frac{2K\lambda\, \mathrm{L}}{a\sqrt{a^2 + L^2}}\vec{e}_x = \frac{2K\lambda\, \mathrm{L}}{a\sqrt{L^2(\frac{a^2}{L^2} + 1)}}\vec{e}_x = \frac{2K\lambda\, \mathrm{L}}{aL\sqrt{(\frac{a^2}{L^2} + 1)}}\vec{e}_x$$

بما ان: $L \gg a$ فان $\frac{a^2}{L^2} \ll 1$ وبالتالي فان الحد $\frac{a^2}{L^2}$ يحذف امام الواحد وتصبح عبارة الحقل الناتج على سلك طويل جدا كالتالي:

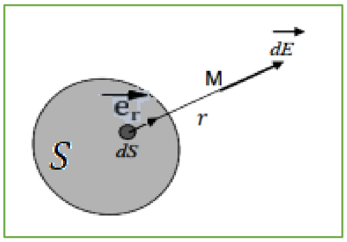
$$\vec{E} = \frac{2K\lambda}{a}\vec{e}_x \,, \qquad E = \frac{2K\lambda}{a}$$

نعرف أن $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$، بتعويض K في عبارة الحقل فنجد:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\vec{e}_x \,, \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

2.4.3. الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع سطحي للشحنة:

الشحنة الكهربائية الكلية للسطح $q > 0$ تكون موزعة على السطح S، أي ان لدينا توزيع مستمر للشحنة. الجزء الصغير من السطح dS يحمل شحنة صغيرة جدا بحيث يمكن معاملتها كشحنة نقطية مقدارها dq (الشحنة العنصرية)، تولد هذه الشحنة dq في النقطة M والتي تبعد عنها بالبعد r حقلا عنصريا (حقلا صغيرا) $d\vec{E}$ (كما يوضحه الشكل المقابل) تكتب عبارته بالشكل التالي:



الشكل (21.2)

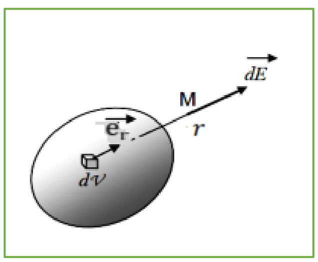
$$d\vec{E} = K.\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r$$

الحقل الكلي في النقطة M هو عبارة عن مجموع كل الحقول الصغيرة $d\vec{E}$ الناتجة عن الشحنات العنصرية dq الموجودة على السطوح العنصرية dS التي يحتويها السطح الكلي، هذا المجموع نحصل عليه بإجراء تكامل على كل السطح S وبالتالي نكون اخذنا بعين الاعتبار كل الشحنة q.

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K.\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r = K\int \frac{dq}{r^2}.\vec{e}_r = K\int \frac{\sigma ds}{r^2}.\vec{e}_r$$

3.4.3. الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع سطحي للشحنة:

الشحنة الكهربائية الكلية $q > 0$ تكون موجودة داخل الحجم V، أي ان لدينا توزيع مستمر للشحنة. الجزء الصغير من السطح dv يحمل شحنة صغيرة جدا بحيث يمكن معاملتها كشحنة نقطية مقدارها dq، تولد هذه الشحنة dq في النقطة M والتي تبعد عنها بالبعد r حقلا عنصريا $d\vec{E}$ (كما يوضحه الشكل المقابل) تكتب عبارته بالشكل التالي:



الشكل (22.2)

$$d\vec{E} = K.\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r$$

الحقل الكلي في النقطة M هو عبارة عن مجموع كل الحقول الصغيرة $d\vec{E}$، نحصل عليه بإجراء تكامل على كل الحجم V.

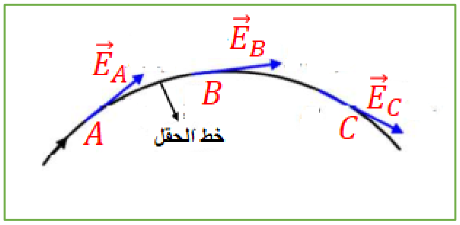
$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K.\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r = K\int \frac{dq}{r^2}.\vec{e}_r = K\int \frac{\rho dv}{r^2}.\vec{e}_r$$

4.4.3. خطوط الحقل الكهربائي:

ان وجود الشحنات الكهربائية في الفضاء يغير في الخصائص الكهربائية له وذلك بتوليد حقل كهربائي في كل نقطة من نقاط هذا الفضاء، يصبح مفهومه أكثر وضوحا وذلك عندما نقوم برسم او تخيل خطوطا تتجه في نفس اتجاه الحقل الكهربائي في كل نقطة، هذه الخطوط كان قد عرفها اول مرة الفيزيائي فارداي وأطلق عليها اسم خطوط القوة، واليوم أصبحت تسميتها خطوط الحقل أكثر شيوعا واستعمالا.

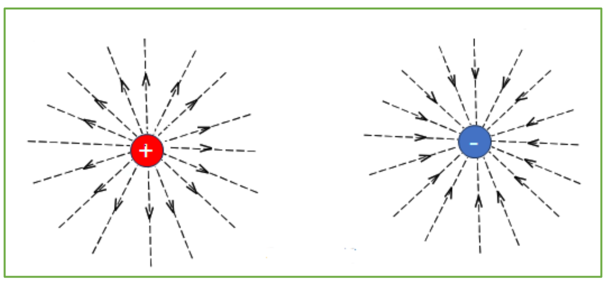
5.4.3. خطوط الحقل الكهربائي:

هي خطوط وهمية يكون الحقل الكهربائي مماسا لها في كل نقطة من نقاطها، وهي خطوط موجهة بحيث يكون اتجاهها في أي نقطة هو اتجاه الحقل من تلك النقطة (نعني باتجاه مماسها). تنبع وتتجه بعيدا عن الشحنات الموجبة وتصب وتتجه نحو الشحنات السالبة.



الشكل (23.2): شعاع الحقل

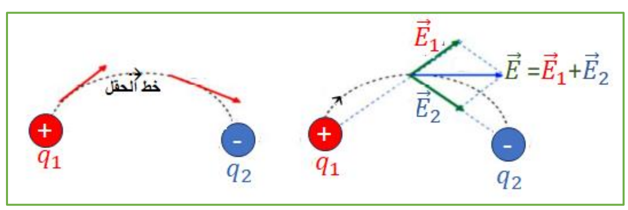
- خطوط الحقل الكهربائي في حالة شحنة نقطية موجبة هي انصاف مستقيمات تنبع وتتجه مبتعدة عن تلك الشحنة. بالمقابل فان خطوط الحقل الكهربائي في حالة شحنة نقطية سالبة هي انصاف مستقيمات تتجه وتصب نحو تلك الشحنة.



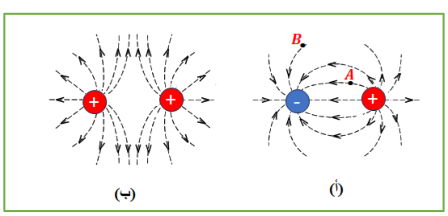
الشكل (24.2): خطوط الحقل لشحنتين مختلفتين

- خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن شحنتين متساويتين مقدارا ومتعاكستين اشارة ستكون كما هو مبين في الشكل المقابل حيث تبدو خارجة من الشحنة الموجبة وتتجه نحو الشحنة السالبة. في هذه الحالة أيضا، يكون الحقل الكهربائي أكثر شدة بجوار الشحنتين، اين تكون خطوط الحقل الكهربائي قريبة من بعضها البعض، بينما يضعف الحقل بالابتعاد عن الشحنتين، اين تكون خطوط الحقل بعيدة من بعضها البعض. في الشكل المقابل، الحقل عند A اشد من الحقل عند B.

خطوط الحقل الكهربائي لشحنتين متساويتين موجبتين يمثلها الشكل أدناه.



الشكل (25.2): أشعة الحقل



الشكل (26.2): خطوط الحقل

- لا يمكن لخطوط الحقل الكهربائي أن تتقاطع مع بعضها البعض مطلقا، لان للحقل الكهربائي في أي نقطة من الفضاء قيمة شعاعية وحيدة. تقاطعها في أي نقطة من الفضاء يعني ان هناك أكثر من قيمة شعاعية عند نقطة التقاطع وهذا غير ممكن.

- حيثما تكون الخطوط محتشدة يكون مقدار الحقل الكهربائي أكبر (المناطق القريبة من الشحنة)، وكلما تباعدت الخطوط (المناطق البعيدة من الشحنة) يكون مقدار الحقل الكهربائي اقل.

- يمكن ان يختلف مقدار الحقل من نقطة لأخرى على خط الحقل، لكن يبقى حامل الحقل الكهربائي مماسا لخط الحقل في كل نقطة من نقاط خط الحقل.

4. الكمون الكهربائي:

1.4. الكمون الكهربائي لشحنة:

أ- الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية:

نريد هنا تعيين دالة سلمية ندعوها الكمون الكهربائي والذي تولده الشحنة النقطية q في نقطة تقع على بعد r منها، والذي له علاقة بالحقل الكهربائي عند نفس النقطة. فكمون الشحنة q كحقلها يحمل معنى الظاهرة الكهربائية الى نقاط فضاء تأثير هذه الشحنة.

لإيجاد عبارة الكمون الكهربائي الذي تولده الشحنة النقطية q في نقطة تقع على بعد r منها، نأخذ عبارة الحقل الكهربائي عند نفس النقطة ونطبق عليها الخاصية الرياضية $\vec{\nabla}$:

$$\vec{\nabla}\frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3} \equiv -\frac{\overrightarrow{e_r}}{r^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = K.\frac{q}{r^2}\vec{e}_r = K.q\frac{\vec{e}_r}{r^2} = K.q\left(\frac{\vec{e}_r}{r^2}\right) = -\vec{\nabla}\left(\frac{K.q}{r} + C\right)$$

$\left(\frac{K.q}{r} + C\right)$: هذا المقدار يسمى الكمون الكهربائي، وهي دالة سلمية تتعلق فقط بالشحنة q والبعدr.

ويرمز للكمون الكهربائي بالرمز V ونكتب:

$$V(\vec{r}) = \frac{K.q}{r} + C$$

و C ثابت قيمته تتعلق بمبدأ قياس الكمون الذي يتم اختياره. في حالة شحنة نقطية مبدأ قياس الكمون هو:

$$V(r \to \infty) = 0 \quad \Longrightarrow \quad C = 0 \qquad\qquad \mathrm{V(r \to \infty) = 0}$$

وبالتالي فان الكمون الكهربائي الذي تولده الشحنة النقطية q في نقطة M من الفضاء المحيط بها والتي تبعد عنها بالمسافة r نعبر عنه بالعلاقة التالية:

$$V(\vec{r}) = \frac{K.q}{r}$$

وحدة الكمون الكهربائي في جملة الوحدات الدولية هي الفولط (V)، وهي تكافئ(J/C) .

من المهم ان نذكر ان الحقل الكهربائي المتولد عن الشحنة النقطية q في النقطة M يتدرج من كمونها هناك:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$$

ملاحظة: في جملة الإحداثيات الديكارتية إذا كان موضع الشحنة q هي النقطة$O(x_0, y_0, z_0)$ فتكون عبارة كمونها في النقطة $M(x_M, y_M, z_M)$ كالتالي:

$$V = \frac{K.q}{r} = \frac{K.q}{\sqrt{(x_M - x_0)^2 + (y_M - y_0)^2 + (z_M - z_0)^2}}$$

ب- الكمون الكهربائي الناتج عن عدة شحنات نقطية:

إذا كانت هناك مجموعة من الشحنات النقطية ولإيجاد الكمون الكهربائي في نقطة ما M من مجالها المشترك، نحسب أولا الكمون الكهربائي عند النقطة المعتبرة الناتج عن كل شحنة، ويكون الكمون الكهربائي الكلي عند هذه النقطة هو المجموع الجبري للكمونات الناتجة عن كل شحنة على حدا في النقطة المعتبرة ونكتب:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = \sum_{i=1}^{i=n} V_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{kq_i}{r_i}$$

مثال 1:

عين الكمون الذي تولده نواة ذرة الهيدروجين في موقع الكترونها؟

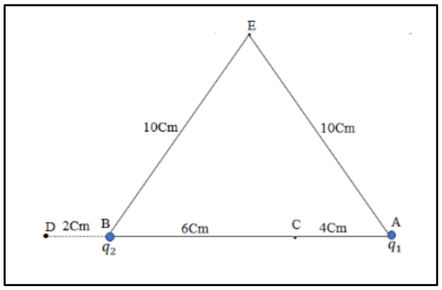
الحل:

من المعروف ان الكترون ذرة الهيدروجين يبعد عن النواة بـ $a_0 = 5.2910^{-11}m$، فيكون الكمون الذي تولده النواة هو:

$$V(a_0) = \frac{K.q}{a_0} = \frac{910^9.1.60210^{-19}}{5.2910^{-11}} = 27.22\ V$$

ومنه فان الكمون الذي تولده نواة ذرة الهيدروجين في موقع الكترونها هو: $V(a_0) = 27.22\ V$

مثال 2:



يبين الشكل المقابل شحنتين نقطيتين: $q_1 = 12.10^{-9}C$، $q_2 = -12.10^{-9}C$ موضوعتين في الهواء، والمسافة بينهما $AB = 10\ Cm$.

أحسب مقدار الكمون الكهربائي في النقط (D, E, C)؟

الحل:

النقط (D, E, C) تخضع لتأثير كل من الكمون الكهربائي الناتج عن q_1 والكمون الكهربائي الناتج عنq_2، أي مجموعهما.

$$V_C = \frac{K.q_1}{AC} + \frac{K.q_2}{BC} = 9.10^9\left(\frac{12.10^{-9}}{4.10^{-2}} + \frac{-12.10^{-9}}{6.10^{-2}}\right) = 900\ V$$

$$V_E = \frac{K.q_1}{AE} + \frac{K.q_2}{BE} = 9.10^9\left(\frac{12.10^{-9}}{10.10^{-2}} + \frac{-12.10^{-9}}{10.10^{-2}}\right) = 0\ V$$

$$V_D = \frac{K.q_1}{AD} + \frac{K.q_2}{BD} = 9.10^9\left(\frac{12.10^{-9}}{12.10^{-2}} + \frac{-12.10^{-9}}{2.10^{-2}}\right) = -4500\ V$$

2.4. الطاقة الكامنة الكهربائية لشحنة كهربائية:

في إطار عرضنا للدوال التي تحمل معاني فيزيائية للظاهرة الكهربائية نتعرض في هذه الفقرة للطاقة الكامنة الكهربائية لشحنة كهربائية. من المعلوم وكما رأينا سابقا انه إذا وجدت شحنتين كهربائيتين فانهما يتدافعان او يتجاذبان بلا واسطة مادية بقوة كهربائية تعطى عبارتها بالشكل التالي:

$$\vec{F} = K.\frac{q\,q'}{r^2}\vec{e}_r$$

يمكن ان تكتب هذه العبارة بالصورة التالية:

$$\vec{F} = K.\frac{q\,q'}{r^2}\vec{e}_r = Kq\,q'\left(\frac{1}{r^2}\vec{e}_r\right) \equiv Kq\,q'\left(-\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right) \equiv -\vec{\nabla}\left(K\frac{q\,q'}{r}\right)$$
$$= -\overrightarrow{grad}\left(K\frac{q\,q'}{r}\right)$$

قوة جذب الأرض لجسم كتلته m تعطى بالعبارة:

$$\vec{F} = -G.\frac{m.M}{r^2}\vec{u}_r \implies \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p$$

$\left(K\frac{q\,q'}{r}\right)$: بالمماثلة مع حقل جاذبية الأرض هذا المقدار يسمى طاقة كمون الشحنتين q و q'.

نعرف هنا الطاقة الكامنة الكهربائية لشحنتين نقطيتين q و q' المسافة بينهما r. ونرمز لها بالرمز E_p ونكتب:

$$E_p = K\frac{q\,q'}{r}$$

ان دالة طاقة الكمون الكهربائي لجملة الشحنتين الكهربائيتين هي أيضا احدى المعاني الفيزيائية للظاهرة الكهربائية.

3.4. العلاقة بين الطاقة الكامنة الكهربائية والكمون الكهربائي:

العلاقة الأخيرة للطاقة الكامنة الكهربائية يمكن ان نضعها على الصورة التالية:

$$E_p = K\frac{q\,q'}{r} = q\left(\frac{K\,q'}{r}\right) = qV_{q'} = q'\left(\frac{K\,q}{r}\right) = q'V_q$$

$$E_p = qV_{q'} = q'V_q$$

حيث:

$V_{q'} = \frac{K\,q'}{r}$: يمثل الكمون الكهربائي الذي ولدته الشحنة q' في محل الشحنة q.

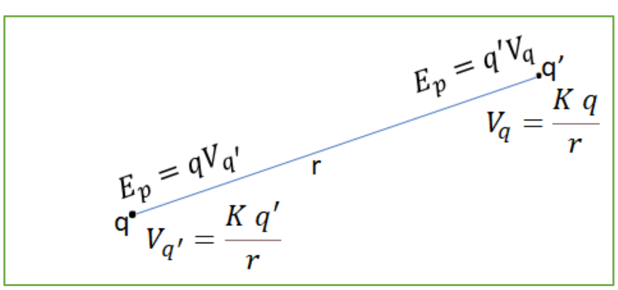
$V_q = \frac{K\,q}{r}$: يمثل الكمون الكهربائي الذي ولدته الشحنة q في محل الشحنة q'.

نتيجة: إذا كانت الشحنة الكهربائية q موجودة في منطقة يخيم فيها الكمون الكهربائي V فان طاقة كمونها الكهربائية تعطى بالعلاقة:

$$E_p = qV$$

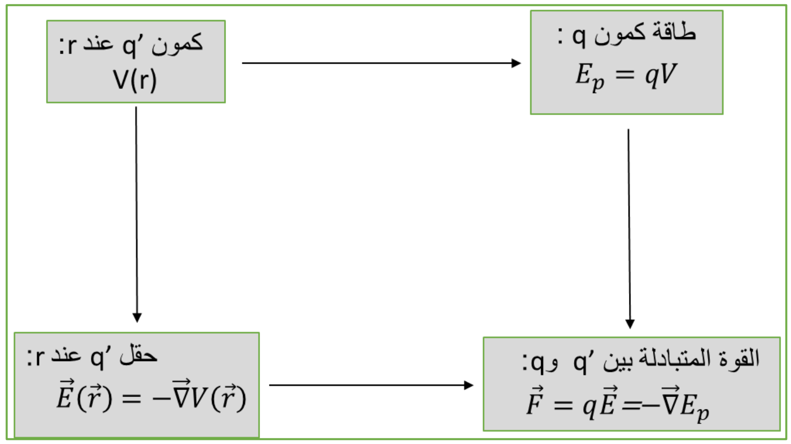
وحدة طاقة الكمون في جملة الوحدات الدولية هي الجول.

الشكل (27.2) يبين كمون وطاقة كمون شحنتين q و q' والبعد بينهما r.



الشكل (27.2): كمون وطاقة كمون شحنتين

المخطط اسفله يبين العلاقات بين الدوال التي تعبر عن المعاني الفيزيائية للظاهرة الكهربائية: القوة المتبادلة بين شحنتين وطاقة كمونهما وكذلك الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن شحنة كهربائية على بعد r منها. يبدو واضحا من هذا التخطيط البسيط انه بمجرد تعيين الكمون الكهربائي فان البقية تستنتج من العلاقات بينها.



مخطط يوضح العلاقات بين الدوال

4.4. تجول الحقل الكهربائي:

لقد رأينا في الفقرة السابقة أنه بمعرفة الكمون الكهربائي، فبتدرجه يعين الحقل الكهربائي. نود في هذه الفقرة ان نقوم بالعملية العكسية، الا وهي تعيين الكمون الكهربائي إذا علم الحقل الكهربائي.

لدينا من الفقرة السابقة:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}V$$

بضرب العلاقة السابقة سلميا في الانتقال $d\vec{r}$، فنحصل على العلاقة التالية:

$$\vec{E}.d\vec{r} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}V.d\vec{r} = -dV$$

بإعادة ترتيب المعادلة السابقة نجد:

$$\vec{E}.d\vec{r} = -dV$$

تجوال الحقل الكهربائي من النقطة A إلى النقطة B يعبر عنه بالعلاقة التالية:

$$\int_A^B \vec{E}.d\vec{r} = -\int_A^B dV = -(V_B - V_A)$$

بإعادة ترتيب المعادلة الأخيرة نجد:

$$V_A = \int_A^B \vec{E}.d\vec{r} + V_B$$

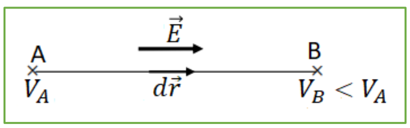
العلاقة الأخيرة تمكننا من تعيين الكمون الكهربائي إذا علم الحقل الكهربائي بين النقطتين A وB. ونقول أن: كمون النقطة A والذي رمزه V_A يساوي تجول الحقل الكهربائي من تلك النقطة الى النقطة B مضافا اليه الكمون عند النقطة B والذي رمزه V_B. الكمون عند النقطة B يسمى مرجع الكمون. ما يهمنا في التجارب العلمية هو فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين، وعندها لا يكون للحد المرجع أي تأثير لأنه سوف يختصر اثناء حساب فرق الكمون. اتفق على ان يكون مرجع الكمون معدوما في اللانهاية.

ملاحظات:

تجول الحقل بين النقطتين A وB لا يتعلق بالمسار المتبع بينهما، بل تتعلق فقط بالوضعين الابتدائي والنهائي.

1- تجول الحقل الكهربائي عبر مسار مغلق معدوم.

$$\oint \vec{E}.d\vec{r} = 0$$



2- من أجل $\vec{E}.d\vec{r} > 0$ يكون لدينا $V_A > V_B$، يعني أن اتجاه خطوط الحقل في اتجاه تناقص الكمون.

3- باستعمال الاحداثيات الكارتيزية نجد مركبات الحقل الكهربائي كالتالي:

$$dV = -\vec{E}.d\vec{r} = -E_x.dx - E_y.dy - E_z.dz$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}.dx + \frac{\partial V}{\partial y}.dy + \frac{\partial V}{\partial z}.dz$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

5.4. العلاقة بين تجول الحقل الكهربائي وعمل القوة الكهربائية:

إذا أخذنا عبارة تجول الحقل الكهربائي وقمنا بضربها بالشحنة q، فنتحصل على العلاقة التالية:

$$qV_A - qV_B = q\int_A^B \vec{E}.d\vec{r} = \int_A^B q\vec{E}.d\vec{r} = E_{PA} - E_{PB} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = W_{A\to B}$$

حيث:

E_{PA}, E_{PB}: طاقة كمون الشحنة q عند النقطة A وعند النقطة B على الترتيب، يعبر عنهما بالمساواة:

$$E_{PA} = qV_A\,, \qquad E_{PB} = qV_B$$

القوة الكهربائية التي تتلقاها الشحنة من الحقل هي:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$W_{A\to B}$: عمل القوة الكهربائية التي تتلقاها الشحنة من الحقل الكهربائي.

من المعلوم ان عمل القوة يساوي التغير في الطاقة الحركية للجسم او للشحنة في هذه الحالة، وبالتالي يمكن ان نكتب:

$$E_{PA} - E_{PB} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = E_{CB} - E_{CA}$$

بإعادة ترتيب العبارة الأخيرة لتكتب بالشكل التالي:

$$E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB} = (E_C + E_P)_A = (E_C + E_P)_B$$

هذه العلاقة التي تعبر عن حفظ الطاقة الكلية لجسم يخضع لقوة كهربائية. حيث الحد الأول يمثل الطاقة الكلية للشحنة q عند الوضع A، والحد الثاني يمثل الطاقة الكلية للشحنة q عند الوضع B. الطاقة الكلية لجسم عند موضع معين تساوي الى مجموع الطاقتين الحركية والكامنة عند نفس الموضع، ونكتب:

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2}mV^2 + qV$$

بما ان الطاقة الكلية للجسم الذي يخضع لقوة كهربائية محفوظة فنقول ان القوة الكهربائية هي قوة حافظة.

6.4. الكمون الكهربائي في حالة التوزيع المستمر للشحنة:

عندما تكون الشحنة الكهربائية موزعة توزعا مستمرا على الجسم (قطعة مستقيمة او قرص او كرة ...)، في هذه الحالة نجزئ الشحنة الكهربائية q الموزعة على كافة الجسم الى عناصر تفاضلية dq، وعندها فان المجموع يتحول الى تكامل ويجري حساب التكامل على كامل الجسم الذي تتوزع عليه او فيه الشحنة الكهربائية، ويعطى الكمون الكهربائي في الحالة العامة بالعبارة التالية:

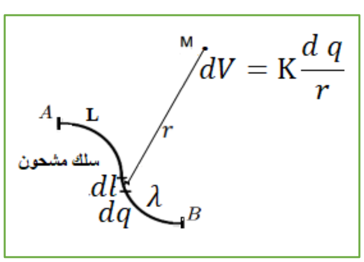
$$dV = K\frac{dq}{r} \quad \Rightarrow V = \int K\frac{dq}{r}$$

- **الكمون الكهربائي الناتج عن توزيع خطي للشحنة:**

الكثافة الخطية للشحنة λ. ويكون لدينا: $\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \Rightarrow \ dq = \lambda dl$

الكمون العنصري dV الناتج في النقطة M عن الشحنة العنصرية dq التي يحملها الطول العنصري dl .

$$dV = K\frac{dq}{r} = K\frac{\lambda dl}{r}$$



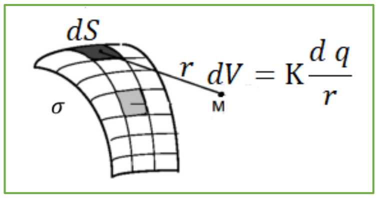
الكمون الكلي الناتج عن الطول L للسلك:

$$V = \int dV = \int K\frac{dq}{r} = K\int\frac{\lambda dl}{r}$$

➢ **الكمون الكهربائي الناتج عن توزيع سطحي للشحنة:**

الكثافة السطحية للشحنة σ. ويكون لدينا :
$$\sigma = \frac{dq}{ds} \Rightarrow dq = \sigma ds$$

الكمون العنصري dV الناتج في النقطة M عن الشحنة العنصرية dq التي يحملها السطح العنصري dS



$$dV = K\frac{dq}{r} = K\frac{\sigma ds}{r}$$

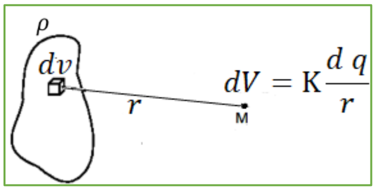
الكمون الكلي الناتج عن شحنة السطح الكلي S :

$$V = \iint dV = \iint K\frac{\sigma ds}{r}$$

➢ **الكمون الكهربائي الناتج عن توزيع حجمي للشحنة:**

الكثافة الحجمية للشحنة ρ، ويكون لدينا:
$$\rho = \frac{dq}{dv} \Rightarrow dq = \rho dv$$

الكمون العنصري dV الناتج في النقطة M عن الشحنة العنصرية dq التي يحملها الحجم العنصري dv



$$dV = K\frac{dq}{r} = K\frac{\rho dv}{r}$$

الكمون الكلي الناتج عن شحنة الحجم الكلي:

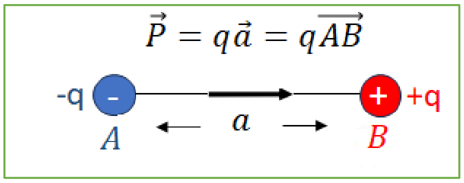
$$V = \iiint dV = K\iiint\frac{\rho dv}{r}$$

5. ثنائي القطب الكهربائي:

ثنائي القطب الكهربائي هو جملة تتكون من شحنتين متساويتين في القيمة ومختلفتين في الإشارة $+q$ و $-q$ ، وتبتعدان عن بعضهما بمسافة صغيرة a ، حيث $a \ll r$

يميز ثنائي القطب الكهربائي مقدار شعاعي يدعى العزم ا لكهربائي لثنائي القطب، ويعرف بالعلاقة التالية:

$$\vec{P} = q\vec{a} = q\overrightarrow{AB}$$



الشكل (28.2): ثنائي القطب

حيث:

P : العزم الكهربائي لثنائي القطب

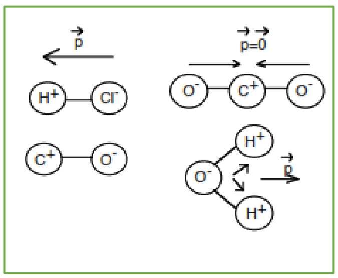
q : الشحنة الكهربائية

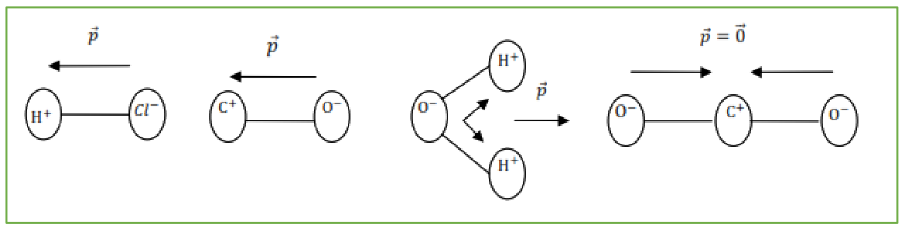
a : المسافة بين مركزي القطبين.

يتجه العزم ا لكهربائي من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة دوما وطويلته: $P = qa$

وحدة عزم ثنائي القطب هي (Cm).

بعض الجزيئات مثل $HCl, CO,\ H_2O,\ \ CO_2$ تشكل نماذج لثنائيات أقطاب كهربائية.

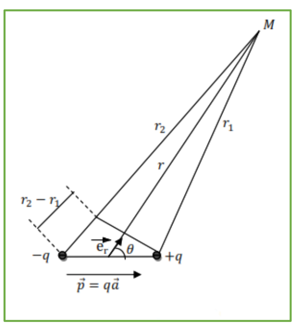




الشكل (29.2)

1.5. الكمون الكهربائي المتولد عن ثنائي القطب الكهربائي:

نريد إيجاد عبارة الكمون الكهربائي المتولد عن ثنائي قطب كهربائي في النقطة M تبعد بالمسافة r عن منتصف ثنائي القطب.



الشكل (30.2)

- الكمون الكهربائي المتولد عن الشحنة $-q$ في النقطة M يعطى بالعبارة:

$$V_{-} = -\frac{Kq}{r_2}$$

- الكمون الكهربائي المتولد عن الشحنة $+q$ في النقطة M يعطى بالعبارة:

$$V_{+} = \frac{Kq}{r_1}$$

- الكمون الكهربائي المتولد عن ثنائي القطب الكهربائي في النقطة M عبارة عن مجموعهما ويعطى بالعبارة:

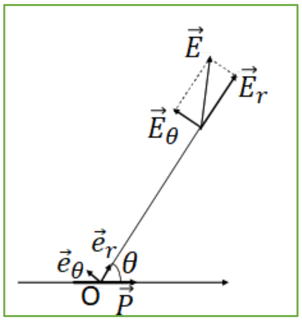
$$V = V_{+} + V_{-} = \frac{Kq}{r_1} - \frac{Kq}{r_2} = Kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = Kq\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

لدينا بالتعريف ان: $a \ll r$، وبالتالي فان: $\quad r_2 - r_1 \approx a\cos\theta\ ,\ r_2 \approx r_1 \approx r$

وبناء على ما سبق فان الكمون الكهربائي المتولد عن ثنائي القطب الكهربائي في النقطة M يعطى بالعبارة:

$$V = Kq\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} = Kq\frac{a\cos\theta}{r^2} = K\frac{P\cos\theta}{r^2}$$

$$V = K\frac{P\cos\theta}{r^2}$$



الشكل (31.2)

2.5. الحقل الكهربائي المتولد عن ثنائي القطب الكهربائي:

العلاقة بين الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي كما رأينا سابقا هي:
باستعمال الاحداثيات القطبية في الشكل المقابل:

$$dV = -(E_r dr + E_\theta r d\theta) = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) dr + \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) d\theta$$

من العلاقة السابقة وكمون ثنائي القطب نجد:

$$E_r = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_\theta = \frac{2kP\cos\theta}{r^3}, \quad E_\theta = -\left(\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_r = \frac{KP\sin\theta}{r^3}$$

3.5. تأثير حقل كهربائي خارجي منتظم على ثنائي القطب الكهربائي:

ليكن ثنائي قطب كهربائي متماسك (يعني الشحنتان تتحركان معا مع الحفاظ على بعد ثابت بينهما)، يخضع ثنائي القطب هذا لتأثير حقل كهربائي خارجي منتظم $\vec{E}_{ext}$. تخضع الشحنة الكهربائية $+q$ لقوة كهربائية $\vec{E}_+ = q\vec{E}_{ext}$ كما تخضع الشحنة $-q$ لقوة كهربائية $\vec{E}_- = -q\vec{E}_{ext}$ هاتان القوتان تعملان على تدوير ثنائي القطب حول محور يمر من مركزه. وما دمنا نتحدث على الدوران إذا هناك عزم قوة. عزوم القوى هي: $\tau_+ = qE_{ext}\frac{a}{2}\sin\theta$ و $\tau_- = qE_{ext}\frac{a}{2}\sin\theta$.

فتكون عبارة عزم مزدوجة القوى كما يلي:

$$\tau = \tau_+ + \tau_- = qE_{ext}a\sin\theta = PE_{ext}\sin\theta$$

مما سبق نقول ان ثنائي القطب يتأثر بمزدوجة تسعى لتدويره حول مركزه تعطى عبارة عزمها كالتالي:

$$\tau = \vec{P} \wedge \vec{E}_{ext}$$

عند التوازن يكون عزم المزدوجة معدوما ويكون لدينا:

$$\tau = \vec{P} \wedge \vec{E}_{ext} = PE_{ext}\sin\theta = 0 \quad \Rightarrow \sin\theta = 0$$

من خلال العلاقة الأخيرة يمكن أن نلاحظ انه لثنائي القطب الموضوع داخل حقل كهربائي خارجي منتظم وضعيتي توازن:

- $\theta = 0$: موضع توازن مستقر لثنائي القطب
- $\theta = \pi$: موضع توازن غير مستقر (قلق) لثنائي القطب

الطاقة الكامنة الكهربائية لثنائي القطب الكهربائي E_p موجود داخل حقل كهربائي خارجي منتظم $\vec{E}_{ext}$، تعطى بالعبارة:

$$E_p = -\vec{P}.\vec{E}_{ext} = -PE_{ext}\cos\theta$$

ملاحظة:

- عند موضع التوازن المستقر لثنائي القطب تكون طاقته الكامنة الكهربائية في أدني قيمة ممكنة لها:

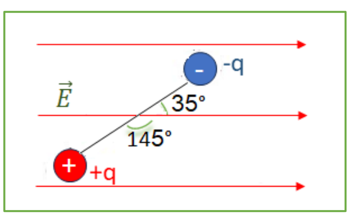
$$E_p = -PE$$

- عند موضع التوازن غير المستقر لثنائي القطب تكون طاقته الكامنة الكهربائية في اعلى قيمة ممكنة لها:

$$E_p = +PE$$

تطبيق:

ليكن ثنائي القطب الكهربائي الممثل في الشكل (32.2) يخضع ثنائي القطب هذا لتأثير حقل كهربائي خارجي منتظم $\vec{E}$ مقداره $510^5 N/C$، وقيم الشحنتين $|q| = 1.610^{-19}$ والبعد بينهما هو $0.125nm$ أحسب:



الشكل (32.2)

1- محصلة القوى المؤثرة على ثنائي القطب.
2- مقدار العزم الكهربائي لثنائي القطب.
3- مقدار عزم المزدوجة المؤثرة على ثنائي القطب.
4- الطاقة الكامنة الكهربائية التي يملكها ثنائي القطب عند الوضع الممثل في الشكل.

الحل:

1- بما أن القوتان المؤثرتان على الشحنتين متعاكستان فان محصلتهما معدومة.
2- مقدار العزم الكهربائي لثنائي القطب:

$$P = qa = 1.610^{-19}0.12510^{-9} = 0.210^{-28}C.m$$

3- مقدار عزم المزدوجة المؤثرة على ثنائي القطب:

$$\tau = PE\sin\theta = 0.210^{-28}510^5\sin 35 = 0.5710^{-23}N.m$$

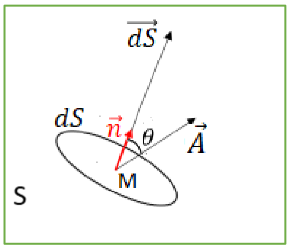
4- الطاقة الكامنة الكهربائية لثنائي القطب:

$$E_p = -PE\cos\theta = 0.210^{-28}510^5\cos 145 = 0.8210^{-23}J$$

6. تدفق الحقل ا لكهربائي ونظرية غوص:

1.6 تدفق شعاع عبر سطح:

يمكن اعتبار السطح الحقيقي أو الوهمي S مكونا من عدد كبير من الأسطح العنصرية dS ، كل منها يحيط بنقطة M في الفضاء. نعتبر شعاع الوحدة $\vec{n}$ شعاع وحدة الناظم على هذا السطح العنصري المدروس dS. ونمثل هذا العنصر السطحي بواسطة شعاع نسميه شعاع السطح ورمزه $\overrightarrow{dS}$ حيث طوله هو مساحة السطح العنصري واتجاهه ناظمي ونكتب:



الشكل (33.2)

$$\overrightarrow{dS} = dS\vec{n}$$

ليكن الشعاع الكيفي $\vec{A}$ المرتبط بالنقطة M. ندعو التدفق العنصري $d\Phi$ للشعاع $\vec{A}$ عبر السطح dS المقدار السلمي المعرف على النحو التالي:

$$d\Phi = \vec{A}.\overrightarrow{dS} = A\,dS\cos\theta$$

الزاوية θ هي الزاوية المحصورة بين الشعاع $\vec{A}$ وشعاع السطح $\overrightarrow{dS}$.

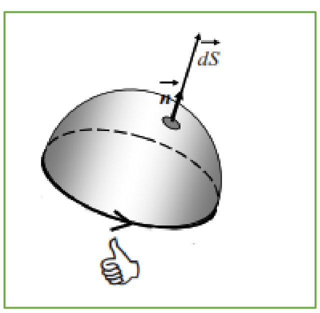
ونتحصل على التدفق الكلي عبر كامل السطح S بمكاملة العبارة السابقة باختيار حدود مناسبة له بحيث يمسح السطح بالكامل على النحو التالي:

$$\Phi = \iint_s \vec{A}.\overrightarrow{dS}$$

ـ توجيه الناظم:

ـ حالة السطح المغلق: يوجه الناظم من الداخل إلى الخارج.

ـ حالة السطح المفتوح: نختار اتجاه الدوران على المسار ونوجه الناظم على سبيل المثال باستخدام قاعدة اليد اليمنى: الإبهام يعطي اتجاه الناظم إذا كانت الأصابع الأخرى تغلق في اتجاه الدوران على المسار.



الشكل (34.2)

التدفق خلال السطح المغلق يتناسب مع مقدار الشحنة ولا يتأثر بشكل أو مساحة السطح.

2.6. شعاع الازاحة الكهربائية:

قدم ماكسويل في الكهرومغناطيسية الشعاع $\vec{D}$ الذي أسماه شعاع الإزاحة الكهربائية. ويرتبط هذا بالحقل الكهربائي بالتعبير:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

حيث: ε يمثل السماحية الكهربائية (ثابت العزل) للوسط.

وفي الحالة الخاصة لما يكون الوسط هو الفراغ تصبح العلاقة السابقة كالتالي:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$$

حيث: ε_0 يمثل السماحية الكهربائية في الفراغ.

توضح هذه العلاقة بأن هذين المتجهين، في هذه الحالة، متناسبان. هذا ليس هو الحال دائما في الأوساط المادية.

3.6. نظرية غوص:

نص نظرية غوص تصاغ كالتالي:

تدفق شعاع الإزاحة الكهربائية عبر سطح مغلق S يساوي مجموع الشحنات الكهربائية الموجودة داخل ذلك السطح المغلق.

$$\oiint_S \vec{D}.\vec{dS} = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

$\sum_{i=1}^{n} Q_i$: تمثل المجموع الجبري للشحنات الكهربائية الموجودة داخل هذا السطح المغلق.

إذا كان الوسط هو الفراغ فان نظرية غوص تصاغ كالتالي:

في الفراغ، يكون تدفق الحقل ا لكهربائي عبر سطح مغلق يساوي المجموع الجبري للشحنات التي يحتويها هذا السطح، مقسوما على نفاذية الفراغ ε_0.

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_0}$$

ε_0: تمثل سماحية الفراغ، $\varepsilon_0 = 8.8510^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

وحدة التدفق في جملة الوحدات الدولية هي $N.m^2/C$

يدل الرمز $\oiint$ على ان التكامل يتم على سطح مغلق، وهو نفس رمز التكامل المعروف فقط بإضافة دائرة عليه للدلالة على ان هذا التكامل يتم على سطح مغلق، قد يكون له أي شكل.

S: يمثل سطح غوص وهو سطح وهمي ومغلق.

يستخدم قانون غاوس لحساب الحقول الكهربائية لحالات يكون فيها توزيع الشحنات الكهربائية على درجه عالية من التماثل مثل كرات مشحونة بشحنه منتظمة التوزيع أو اسطوانات طويله أو سطوح مستوية ذات أبعاد كبيره جدا.

الاختيار الامثل لسطح غوص يكفل إنجاز التكامل على هذا السطح بسهولة وينبغي لهذا السطح أن يحقق الشروط التالية:

- ان يمر السطح المغلق بالنقطة المراد حساب الحقل عندها.

- سطح يجعل الجداء السلمي $\vec{E}.\overrightarrow{dS}$ معلوما في أي نقطه منه، وبصفة خاصة يجعل الشعاع $\vec{E}$ مماسيا أو عموديا عليه أو يصنع معه زاوية ثابتة معلومة حتى يسهل حساب التدفق.

- ان يكون الحقل ثابتا على أجزاء السطح المختلفة.

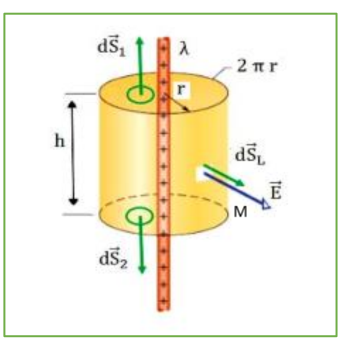
ملاحظات:

- عندما لا تتواجد شحنات كهربائية داخل سطح غوص أو ان المجموع الجبري للشحنات الموجودة داخل ذلك السطح يساوي الصفر، فإن تدفق الحقل الكهربائي عبر ذاك السطح معدوم. في حالة وجود الشحنة خارج السطح المغلق فان التدفق معدوم.
- يعتمد شكل السطح على توزيع الشحنات كالآتي:

- في حاله التوزيع الكروي نختار سطح غوص كرويا
- في حاله التوزيع الخطي نختار سطح غوص اسطوانيا
- في حال توزيع الشحنات على صفائح أي توزيع مستوي للشحنات نختار سطح غوص اسطوانيا
- حساب مقدار الشحنة الموجودة داخل سطح غوص (كثافه طوليه، سطحيه، حجميه)

تطبيق:

ساق مستقيمة لانهائية الطول مشحونة بانتظام بكثافة خطية λ موجبة.
أوجد عبارة الحقل الكهربائي الناتج عند نقطة M تبعد بالمسافة r منه.



الحل:

- الساق مشحونة كهربائيا بانتظام بكثافة خطية λ موجبة

- المطلوب ايجاد عبارة الحقل الكهربائي الناتج عن الساق عند نقطة ما من الفضاء المحيط به ولتكن M تبعد بالمسافة r منه.

- بما ان الساق لانهائية الطول فإن الحقل في النقطة M سيكون عمودي على السلك. ومن ثم نختار سطح غوص كما بالشكل، اسطوانة محورها الساق المشحونة وارتفاعها h ونصف قطرها r .

- في هذه الحالة فان سطح غوص يتكون من ثلاثة أجزاء. قاعدتان $(S_1 \text{ و } S_2)$ متوازيتان كل منهما على شكل قرص وسطح جانبيS_L.

- تدفق الحقل الكهربائي عبر الأسطوانة =التدفق عبر القاعدتين +التدفق عبر السطح الجانبي. ونكتب:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_L$$

$$\Phi = \oiint_{s} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \oiint_{s1} \vec{E}.\overrightarrow{ds}_1 + \oiint_{s2} \vec{E}.\overrightarrow{ds}_2 + \oiint_{sL} \vec{E}.\overrightarrow{ds}_L$$

التدفق عبر القاعدتين: معدوم لان الحقل الكهربائي $\vec{E}$عمودي على كل من $\overrightarrow{ds}_1$ و $\overrightarrow{dS}_2$ ومنه:

$$\Phi_1 = \oiint_{s1} \vec{E}.\overrightarrow{ds}_1 = 0\,, \qquad \Phi_2 = \oiint_{s2} \vec{E}.\overrightarrow{ds}_2$$

التدفق عبر السطح الجانبي: الحقل الكهربائي $\vec{E}$ يوازي $\overrightarrow{ds}_L$ في كل نقطة من نقاط السطح الجانبي $(\cos\theta = 1)$ ومنه:

$$\Phi_L = \oiint_{sL} \vec{E}.\overrightarrow{ds}_L = \oiint_{sL} E.dS_L = E\ S_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_0}$$

لدينا ان الساق مشحونة بانتظام بكثافة خطية λ موجبة ومنه فان الشحنة التي تحملها الساق $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ تعطى بالعلاقة:

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \lambda h$$

S_L: مساحة السطح الجانبي للأسطوانة: $S_L = 2\pi r h$

بالتعويض نجد:

$$E 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2K\lambda}{r}$$

الفصل الثالث:

النواقل المتوازنة

الفصل الثالث: النواقل المتوازنة

في الكهرباء، الناقل هو وسط مادي من الممكن أن تتحرك فيه شحنات كهربائية معينة، تسمى "الشحنات الحرة"، تحت تأثير المجال الكهربائي. نقترح في هذا الفصل دراسة خواص الموصلات في حالة التوازن الكهروستاتيكي على المستوى العياني حيث تكون الأبعاد المدروسة كبيرة جدا مقارنة بالمسافات بين الذرات.

1- التوازن الكهروستاتيكي:

الناقل هو جسم يمكن أن تتحرك بداخله الشحنات الحرة. يتم الوصول إلى التوازن الكهروستاتيكي عندما لا تتحرك أي شحنة كهربائية داخل الناقل. سنتعرف في هذا الجزء على خواص التوزيعات المتوازنة للناقل المعزول في الفراغ.

1-1- الحقل الكهربائي:

يكون الحقل الكهربائي معدوما عند أي نقطة داخل ناقل في حالة توازن كهروستاتيكي. والحقيقة أن وجود الحقل يؤدي إلى وجود القوة

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

الأمر الذي من شأنه أن يؤدي إلى تحريك الشحنات وبالتالي لن يكون الناقل عندها في حالة توازن.

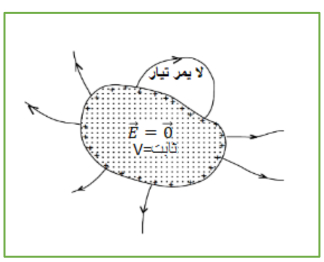
- عند أي نقطة داخل ناقل في حالة توازن، يكون الحقل الكهربائي معدوما.

الحقل الكهربائي الموجود على سطح الموصل عمودي على السطح. في الواقع، لنفس الأسباب السابقة، فإن مركبة الحقل الموازية (المماسية) للسطح ستؤثر على الشحنات الحرة وتسبب إزاحتها. ومع ذلك، لا توجد مثل هذه الإزاحات في ظل ظروف التوازن الكهروستاتيكي وبالتالي لا وجود لهذه المركبة الموازية.

- الحقل ناظمي على سطح موصل في حالة توازن.

2-1- الكمون الكهربائي:

نعتبر تجول الحقل الكهربائي $d\vec{l}$ بين نقطتين متقاربتين جدا M و M' داخل نفس الناقل. وتبعا لذلك فان التغير المحتمل في الجهد dV بين النقطتين المعتبرتين يعطي بالعلاقة:



الشكل (1.3)

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl} = -\vec{E}.\overrightarrow{MM'} = 0 \Rightarrow dV = 0 \quad \Rightarrow V = \text{ثابت}$$

نظرا لكون الحقل معدوما داخل الناقل، لذا فإن الكمون الكهربائي يكون ثابتا داخل كل حجم الناقل.

- ➢ الناقل في حالة التوازن الكهروستاتيكي يشكل حجما لتساوي الكمون. والسطح الخارجي للناقل هو سطح تساوي الكمون.

1-3- توزع الشحنات:

- داخل الناقل:

نعتبر ناقل مشحون ونتخيل أي سطح مغلق (أي سطح مغلق مهما كان شكله) بحيث يقع أسفل سطح الناقل (يقع داخل الناقل). وفقا لنظرية غوص لدينا:

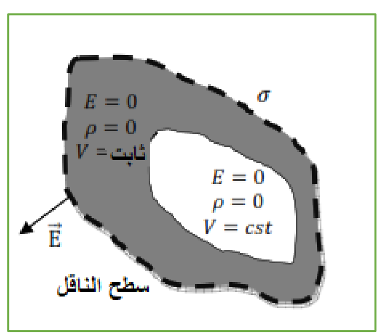
$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} Q_i = 0$$

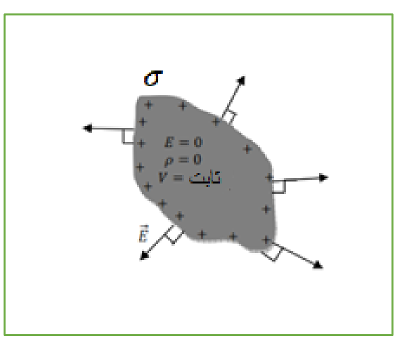
- ➢ داخل ناقل مشحون في حالة توازن، تكون الشحنة الكهربائية (الكثافة الحجمية للشحنة) معدومة. ان وجدت شحنات (انوية الذرات والكتروناتها) فان مجموعها معدوم. وبالتالي فان.
- ➢ أي ناقل مشحون في حالة توازن فان الشحنات الكهربائية ستتوزع بالكامل على سطحه فقط بكثافة سطحية σ (في الواقع السطح يشغل سمك بضع طبقات من الذرات).

ملاحظة:

- الخصائص التي اوردناها سابقا للناقل تبقى صالحة من أجل ناقل مجوف، الحقل معدوم في الناقل وفي التجويف الذي يشكل نفس الحجم متساوي الجهد. يتم توضع الشحنات على السطح الخارجي للناقل.



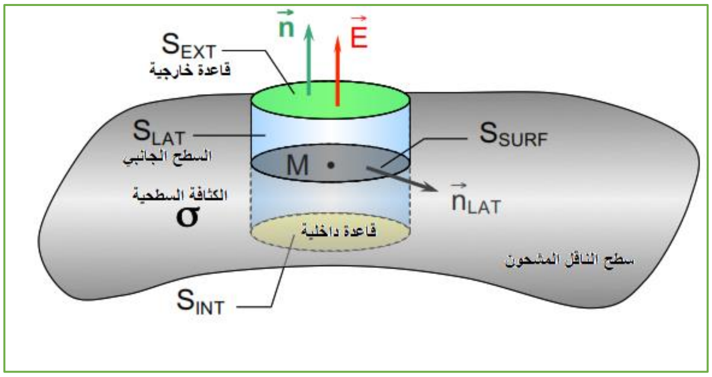
الشكل (2.3)



الشكل (3.3)

4.1 الحقل الكهربائي بجوار ناقل: نظرية كولوم:

نعتبر ناقل بأي شكل (شكل كيفي). نقترح ايجاد عبارة الحقل الكهربائي عند نقطة M في المنطقة المجاورة مباشرة للسطح الخارجي للناقل. لإيجاد عبارة هذا الحقل الكهربائي سنطبق قانون غوص، نحتاج لذلك سطح مغلق مناسب. سطح غوص المناسب هو سطحا أسطوانيا مغلقا تقع إحدى قاعدتيه خارج السطح والقاعدة الأخرى على عمق من السطح بحيث تكون شحنة السطح بالكامل داخل الأسطوانة. ويكون محور الأسطوانة عمودي على السطح المدروس. كما يوضحه الشكل (4.3).



الشكل (4.3)

بتطبيق قانون غوص على هذا السطح المغلق:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_0}$$

تدفق الحقل الكهربائي عبر هذا السطح المغلق يتكون من ثلاث حدود:

$$\Phi = \Phi_{EXT} + \Phi_{INT} + \Phi_{LAT}$$

- التدفق عبر القاعدة الداخلية معدوم لان الحقل الكهربائي داخل الناقل معدوم: $\Phi_{INT} = 0$

- التدفق عبر السطح الجانبي معدوم لان الحقل الكهربائي مماس للسطح الجانبي $(\vec{E} \perp \vec{n}_{LAT})$ او معدوم داخل الناقل:

$$\Phi_{LAT} = 0$$

- التدفق عبر القاعدة الخارجية حيث: $(\vec{E} \parallel \vec{n})$ يعطى بالعلاقة:

$$\Phi = \Phi_{EXT} = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \oiint_S \vec{E}.\vec{n}\, dS = \vec{E}.\vec{n}S_{EXT} = ES_{EXT} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_0}$$

ولدينا: $\sum_{i=1}^{n} Q_i = \sigma S_{SURF} = \sigma S_{EXT}$.

ومنه:
$$ES_{EXT} = \frac{\sigma S_{EXT}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

الحقل الكهربائي في نقطة M خارج ناقل متوازن ومشحون بالجوار المباشر منه، تعطى بالعلاقة:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \;,\; \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

$\vec{n}$: هو شعاع الوحدة الناظمي عند كل نقطة على سطح الناقل والمتجه نحو الخارج.

نلاحظ ان الحقل الكهربائي يزداد بزيادة كثافة الشحنة السطحية σ.

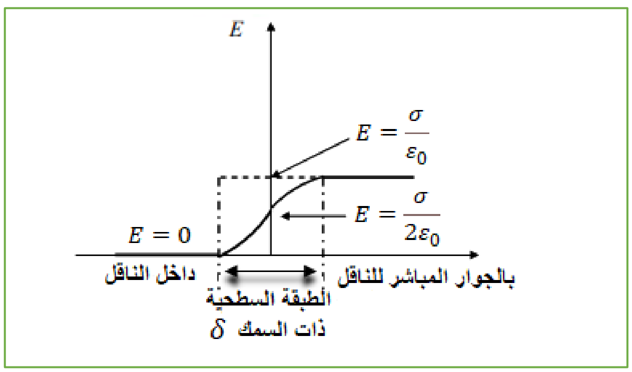
5.1. نظرية كولوم:

الحقل الكهروستاتيكي في المنطقة المجاورة مباشرة لناقل يحمل شحنة ذات كثافة سطحية σ يعطى بالعلاقة:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}$$

العلاقة السابقة تعطي عبارة الحقل في المنطقة المجاورة مباشرة لناقل يحمل شحنة ذات كثافة سطحية σ بينما الحقل داخله معدوم. عند عبور سطح الناقل، بالاستمرارية، يتغير المجال كما هو موضح في الشكل (δ متناهية الصغر). على وجه الخصوص على سطح الناقل، فإنه يأخذ العبارة:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



الشكل (5.3). تغير الحقل ا لكهربائي عند عبور سطح الناقل

6.1. الضغط الكهروستاتيكي:

دعونا الآن نحسب القوى التي تتعرض لها الشحنات الكهربائية الموجودة على سطح الناقل في حالة توازن. تخضع هذه الشحنات السطحية لقوى تنافر من شحنات الناقل الأخرى. نعتبر سطحا عنصريا dS من سطح الناقل، ذلك السطح العنصري يحمل الشحنة الكهربائية dq حيث: $dq = \sigma dS$، هذه الشحنة موجودة في نقطة يعطى الحقل الكهربائي عندها (الحقل على السطح) بالعلاقة:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{n}$$

وبالتالي فهي تخضع لقوة كهربائية تعطى بالعبارة:

$$d\vec{F} = dq\vec{E} = \sigma dS\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\ \vec{n} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} dS\vec{n}$$

وبالتالي فإن هذه القوة تكون ناظميه على السطح وموجهة نحو الخارج مهما كانت إشارة الشحنة (مهما كانت إشارة الكثافة السطحية σ). هذه القوة تتناسب مع السطح العنصري dS وبالتالي فلها طابع قوة الضغط. ومن ثم يتم الحصول على القوة لكل وحدة مساحة، أي الضغط الكهروستاتيكي، بواسطة العلاقة:

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

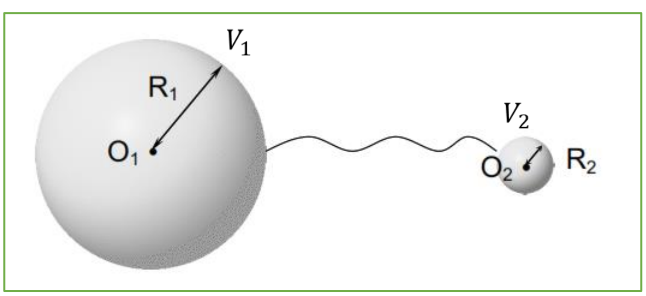
بالنظر الى عبارة الضغط الكهروستاتيكي، نستنتج انه مقدار سلمي، وانه موجب دوما. ويمكن أيضا اعتبار هذا الضغط بمثابة القوة القادرة على إزالة الشحنات من الناقل.

وحدة الضغط الكهروستاتيكي: باسكال (Pa)

7.1. قدرة السطوح الحادة:

عند النقاط الواقعة في جوار زوايا الناقل المدببة، يكون الحقل الكهروستاتيكي شديدا جدا. وينتج هذا عن حقيقة أن الكثافة السطحية للشحنات تكون عالية جدا بالقرب من زوايا الناقل المدببة، حيث تكون الشحنة موزعة على سطح صغير جدا وبالتالي كثافة سطحية σ عالية. أي ان الشحنات تميل إلى التراكم في المناطق السطحية التي يكون نصف قطر انحنائها صغير.
يمكن تفسير هذه الظاهرة باعتبار كرتين ناقلتين نصف قطريهما R_1 وR_2 حيث $(R_1 > R_2)$، موصولتين بواسطة سلك ناقل طويل ورفيع الشكل ادناه. ونتيجة لذلك، يكون للكرتين نفس الكمون، وبما أنهما بعيدتان جدا عن بعضهما البعض، فيمكننا كتابة العلاقة:

$$V_1 = V_2\ \Rightarrow\ \frac{K}{R_1}\iint \sigma_1 dS = \frac{K}{R_2}\iint \sigma_2 dS$$



الشكل (6.3)

وبسبب التناظر، وباعتبار الشحنات تتوزع بشكل منتظم على سطح كل كرة (σ_1 و σ_2 ثابتان)، وينتج عن ذلك:

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

العلاقة الأخيرة تثبت ان الكرة التي لها نصف قطر أصغر ($R_1 > R_2$)، تحمل الشحنة السطحية الأكبر ($\sigma_1 < \sigma_2$).

هذه النتيجة الأخيرة يمكن تعميمها من اجل أي ناقل مهما كان شكله، وتفسر ظاهرة قدرة السطوح الحادة.

تطبيقات:

- تعتبر قدرة السطوح الحادة مفيدة لتسهيل عملية تفريغ الكهرباء، وهذا هو دور مانعات الصواعق ذات الرؤوس الحادة التي توضع على المباني لحمايتها من البرق.

- توضع أيضا في الأطراف المعدنية الحادة المشدودة بأجنحة الطائرات.

- تجربة شمعة الرياح الكهربائية.

8.1. السعة الذاتية لناقل معزول:

لنفترض موصلا معزولا في حالة توازن كهروستاتيكي، موضوع عند نقطة O في الفضاء ويحمل شحنة Q، موزعة على سطحه الخارجي بكثافة سطحية σ بحيث:

$$Q = \iint \sigma \, dS$$

تتناسب الشحنة Q مع الكثافة السطحية σ تناسبا طرديا بحيث يمكن ان نكتب:

$$\sigma = aQ$$

حيث: a ثابت التناسب

الكمون الكهربائي الذي تولده الشحنة Q في نقطة M من الفضاء تبعد عن الشحنة بالبعد r يعطى بالعبارة:

$$V = K \iint \frac{\sigma \, dS}{r} \quad , \quad V = KQ \iint \frac{a \, dS}{r}$$

تظل هذه النتيجة صالحة لأي نقطة على سطح الناقل. التكامل يعتمد فقط على شكل الناقل وأبعاده، ويستنتج أن النسبة بين الشحنة التي يحملها الناقل وكمونه لا تتعلق إلا بشكل الناقل وابعاده، نسمي هذه النسبة السعة الذاتية للناقل ونرمز لها بالرمز C ونكتب:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q'}{V'} \quad , \quad Q = CV$$

السعة الذاتية للناقل هي كمية موجبة، وحدتها تسمى الفاراد تكريما للفيزيائي مايكل فاراداي (1791-1867)، ويرمز لها بالرمز F. ومن ثم يتم تعريف الفاراد على أنه سعة الناقل المعزول الذي يبلغ كمونه 1 فولت عندما يحمل شحنة مقدارها 1 كولوم.

الفاراد وحدة كبيرة جدا، لذا يفضل عمليا استخدام أجزاء الفاراد:

- الميكروفاراد: $1\mu F = 10^{-6}F$
- النانو فاراد: $1\eta F = 10^{-9}F$
- البيكوفاراد: $1pF = 10^{-12}F$

مثال:

أحسب السعة الذاتية لكرة ناقلة ومعزولة نصف قطرها R.

تطبيق عددي: $R=1m$ و $R=6400km$

الحل:

نعتبر كرة لها نصف قطر R وشحنة كهربائية Q. فان كمونها يعطى بالتعبير التالي:

$$V = K\frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

ومنه فان السعة الذاتية لهذه الكرة:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R = \frac{R}{K}$$

- لكرة نصف قطرها $R=1m$ نجد:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = 4.3{,}14.8{,}85.10^{-12}.1 = 0.11\eta F$$

- لكرة نصف قطرها $R=6400km$ (الارض) نجد:

$$C = \frac{R}{K} = \frac{6400.10^3}{910^9} = 0.71mF$$

الطاقة الداخلية لناقل مشحون ومعزول:

الطاقة الداخلية لناقل مشحون ومعزول يمكن ان تعطي بإحدى العبارات التالية:

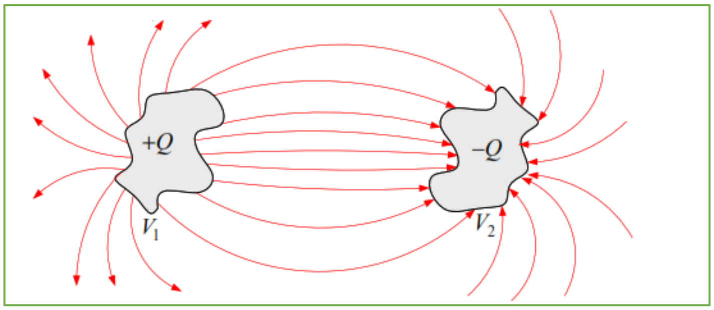
$$E_p = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

حيث: Q شحنة الناقل، V كمون الناقل، C سعة الناقل. وهي طاقة موجبة دوما.

تعميم:

في حالة ناقلين يحملان شحنتين $-Q$ و $+Q$ وفرق الكمون بينهما هو: $V = V_1 - V_2$ فان سعة الجملة تعطى بالعبارة:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{V}$$



الشكل (7.3)

2. ظاهرة التأثر بين النواقل المشحونة:

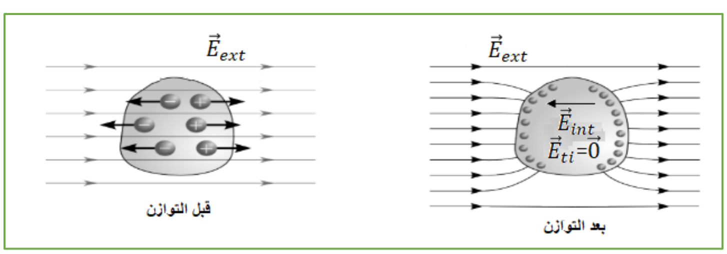
1.2. تأثير حقل كهربائي خارجي على ناقل متعادل معزول:

عند وضع ناقل متعادل كهربائيا في حقل كهرو ساكن خارجي $\vec{E}_{ext}$، فان الشحنات الحرة ستتحرك تحت تأثير القوة الكهربائية الناتجة من وجود الحقل الكهربائي حسب العلاقة المعروفة التالية:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

من هذه العلاقة فان الشحنات الموجبة سوف تتحرك في اتجاه الحقل بينما الشحنات السالبة تتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه الحقل. وينتج عن ذلك تجمع للشحنات الموجبة عند أحد طرفي الناقل والشحنات السالبة على الطرف الاخر بعدد متساو (يحدث استقطاب: قطب موجب وقطب سالب). ويتولد عن هذا التوزيع الجديد للشحنات حقل كهربائي داخل الناقل ندعوه الحقل الداخلي ورمزه $\vec{E}_{int}$ معاكس في الاتجاه للحقل الخارجي $\vec{E}_{ext}$، الحقل الداخلي يزداد مقداره بزيادة انتقال الشحنات الى ان يتساوى مقداري الحقلين الداخلي والخارجي ويصبح عندها الناقل في حالة توازن، ويكون عندها الحقل الكهربائي الكلي داخل الناقل $\vec{E}_{ti}$ معدوما الشكل (8.3).

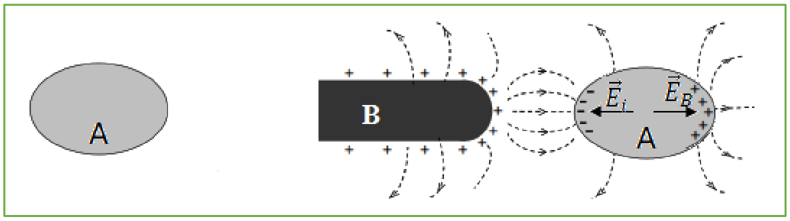
$$\vec{E}_{ti} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}_{int} = \vec{0} \qquad \Rightarrow \vec{E}_{ext} = -\vec{E}_{int}$$



الشكل (8.3): استقطاب الناقل بعد حدوث التوازن

2.2. التأثير الجزئي:

لنفترض وجود ناقل متعادل كهربائيا A (الشكل ادناه). دعونا نقرب من هذا الأخير، ناقل موجب الشحنة B، كما هو مبين في الشكل ادناه. ينشئ الناقل B في الفضاء، وخاصة في الناقل A، حقلا كهربائيا $\vec{E}_B$.



الشكل (9.3): التأثير الجزئي

تحت تأثير هذا الحقل$\vec{E}_B$ ، سوف تتحرك الإلكترونات الحرة للناقل A، في الاتجاه المعاكس لـ $\vec{E}_B$. تتراكم هذه الإلكترونات تدريجيا على الوجه المقابل لـ B ونتيجة لذلك تتشكل في حالة التوازن شحنات سالبة مقدارها $-Q$. وعلى العكس من ذلك، فإن شحنات موجبة مقدارها $+Q$ ستظهر على الوجه الآخر بسبب هجرة الإلكترونات كما هو موضح في الشكل (9.1). تساهم هذه الشحنات الناتجة عن ظاهرة التكهرب بالتأثير في الحقل الكهربائي داخل الناقل وخارجه. بحيث تولد هذه الشحنات حقلا كهربائيا مستحثا $\vec{E}_i$ معاكسا في الاتجاه للحقل المحرض (او المحفز) $\vec{E}_B$، وبالتالي تضعف الحقل الكهربائي الإجمالي داخل الناقل A، تستمر حركة الشحنات الى ان ينعدم الحقل الكهربائي الإجمالي. ويتحقق بذلك التوازن الكهرو ساكن للجملة (مجموع الناقلين). ويكون لدينا:

- $\vec{E}_B + \vec{E}_i = \vec{0}$، أي ان الحقل الكهربائي داخل الناقل معدوما.

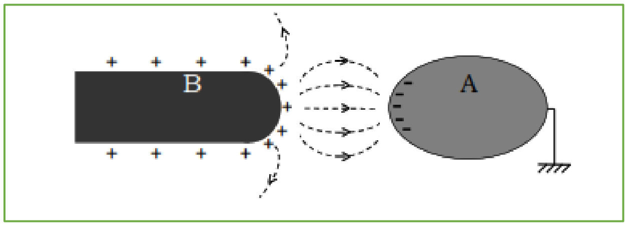
- الشحنات الحرة تكون موزعة على سطح الناقل A، وكل ما حصل هنا هو عبارة عن ظاهرة التكهرب بالتأثير. ونظرا لان الجملة معزولة فإن مبدأ حفظ الشحنة يعني أن مجموع الشحنات المستحثة معدوما (الشحنة الكلية للناقل معدومة). وهكذا، أثناء التكهرب بالتأثير لا يوجد تكون للشحنات بل مجرد حركة للشحنات. أي أننا فرقنا بين الشحنتين المتساويتين والمتعاكستين في الاشارة$-Q$ و$+Q$.

- في الشكل أعلاه نلاحظ، أن بعض خطوط الحقل فقط التي تنبعث من الجسم المحفز B تصل إلى الناقل A. ويترتب على ذلك، بموجب نظرية العناصر المتناسبة، أن الشحنة Q الناتجة عن التأثير أقل من الشحنة المحفزة للناقل B، ($Q_B > Q_A$).

- أثناء تطور هذه الظاهرة، تؤثر الشحنات المستحثه التي تظهر على طرف الناقل A بدورها على الناقل B فتزداد كثافة الشحنة الموجبة على طرفه المقابل للناقل A ، أي هناك تأثير رجعي من A إلى B. نقول إن هناك تأثير متبادل.

ملاحظة:

إذا تم وصل الناقل السابق A بالأرض (كمون كهربائي معدوم) بواسطة سلك ناقل بحيث تشكل الأرض والناقل جسما واحدا فتدفع الشحنات الموجبة إلى الأرض ويبقى كمون الناقل معدوم ولا يخرج منه أي خط. أما الشحنات السالبة فتبقى في مكانها لا تنتقل إلى الأرض بفعل التأثير من طرف الناقلB .

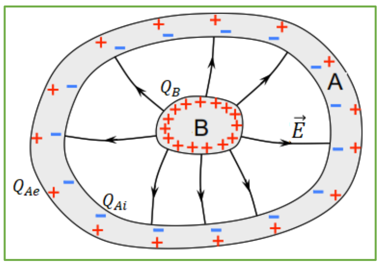


الشكل (10.3)

كما رأينا سلفا فانه ليست كل خطوط الحقل القادمة من الناقل B تنتهي على الناقل A ، فيقال إن التأثير جزئي. يمكننا تحقيق ظروف معينه لجعل التأثير كلي، ببساطة عن طريق وضع الناقل B داخل ناقل مجوف A.

3.2. التأثير الكلي:

نتحدث عن التأثير الكلي عندما تنتهي جميع خطوط الحقل الكهربائي الصادرة عن الناقل B عند الناقل الثاني A. ويتحقق ذلك عندما يحيط الناقل Aالمتأثر كليا بالناقل B المشحون بـ Q_B (المؤثر). ويتم الحصول على هذا الوضع عندما يحيط A بالكامل بـ B ، كما يوضحه الشكل المقابل (11.3).



الشكل (11.3)

- الشحنة التي تظهر على السطح الداخلي للناقل A تساوي وتعاكس شحنة الناقل B، أي أن:

$$Q_B = -Q_{Ai}$$

- إذا كان الناقل A معزولا ومتعادلا من البداية، فإنه حسب مبدأ انحفاظ الشحنة للناقل A فإن:

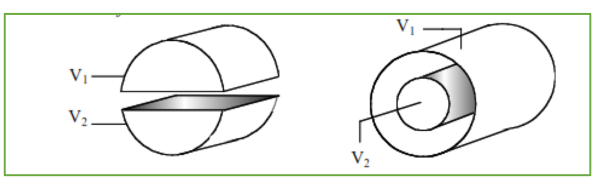
$$Q_{Ai} + Q_{Ae} = 0$$

- إذا كان الناقل A معزولا ومشحونا بشحنة ابتدائية Q_0، فإنه وحسب مبدأ إنحفاظ الشحنة للناقل A يكون لدينا:

$$Q_{Ai} + Q_{Ae} = Q_0 \ \Rightarrow \ Q_{Ae} = Q_B + Q_0$$

4.2. المكثفات

1.6. التعريف: المكثفة هي جملة تتكون من ناقلين كهربائيين في تأثير كهر وساكن بينهما.



الشكل (12.3)

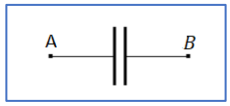
هناك نوعان من المكثفات:

- ذات ناقلين متقاربين.

- ذات تأثير كلي.

الفضاء الذي يفصل بين الناقلين اما ان يكون الفراغ أو وسط عازل.

- نرمز للمكثفة في الدارات الكهربائية كما في الشكل (13.3) ويدعى كل ناقل لبوس المكثفة، وبالتالي للمكثفة لبوسين.

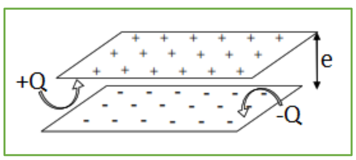


الشكل (13.3)

عندما يتم تطبيق فرق كمون بين لبوسي مكثفة، على سبيل المثال عن طريق التوصيل بمصدر للكهرباء، فإنها تشحن. حيث يكتسب اللبوسين شحنتين متساويتين ومتعاكستين. المكثفة هي جهاز يستخدم لتخزين الطاقة الكهربائية، يستخدم على نطاق واسع في الإلكترونيات والهندسة الكهربائية.

5.2 . المكثفة المستوية:

تتكون المكثفة المستوية من ناقلين مستويين متوازيين والبعد بينهما e. البعد e صغير جدا مقارنة بأبعاد اللبوسين بحيث يكون بينهما تأثير كلي الشكل(14.3)



الشكل (14.3): مكثفة مستوية

ملاحظات:

- من المهم أن نلاحظ أن المكثفة تتميز بالقيمة المطلقة للشحنة Q التي يحملها كل لبوس، وليست الشحنة الكلية للمكثفة والتي هي معدومة $(+Q-Q=0)$. كما أنها تتميز بفرق الكمون V بين لبوسيها وليس كمون أحد لبوسيها بالنسبة لمرجع معين.

- إن اسم المكثفة، الذي يطلق على جملة مكونه من ناقلين في تأثير كلي، يأتي من حقيقة أن هذه الجمل تسلط الضوء على ظاهرة "تكثيف الكهرباء"، أي تراكم الشحنات الكهربائية على سطح لبوسين.

6.2. سعة المكثفة:

يمكن توسيع مفهوم السعة الكهربائية، الذي تم تقديمه في حالة الناقل الواحد، ليشمل المكثفة (ناقلين). يتم تحديد سعة المكثف بواسطة:

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{V_1-V_2}$$

Q هي الشحنة الذي يحملها كل لبوس من اللبوسين ($+Q$ لأحد اللبوسين و $-Q$ للآخر) و $V=V_1-V_2$ هو فرق الكمون بين هذين اللبوسين. السعة هي قيمة ثابتة مميزة لكل مكثفة. وتعتمد قيمتها على الشكل والأبعاد والموقع النسبي للبوسين اللذين يشكلانها. كما يعتمد كذلك على طبيعة الوسط الذي يفصل بينهما.

تعتمد طريقة حساب سعة المكثفة على العلاقة:

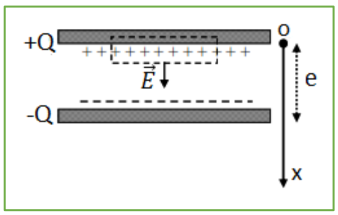
$$Q = CV$$

نبدأ أولا بحساب الحقل الكهربائي عند أي نقطة داخل المكثفة. ونعلم أن تجول الحقل الكهربائي بين اللبوسين يجعل من الممكن إيجاد عبارة الكمون. قيمة سعة المكثفة المعتبرة نتحصل عليها من النسبة التالية:

$$C = \frac{Q}{V}$$

1.6.2. سعة مكثفة مستوية:

لتكن المكثفة المستوية الشكل (15.3)، تتكون من ناقلين مستويين، يحملان شحنتين $+Q$ و $-Q$ على التوالي، مع سطحين مساحة كل منهما S مفصولين بمسافة e. نظرا لتماثل التوزيع، يكون المجال الكهربائي بين لبوسي هذه المكثفة منتظما، ويعطى بواسطة العلاقة:



الشكل (15.3): مكثفة مستوية

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

التوزيع الشحني منتظما وبالتالي فان:

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

Q هي شحنة المكثفة. باختيار المحور $\overrightarrow{ox}$ وفق الناظم على اللبوسين (شكل II.14)، نحصل على:

$$-dV = \vec{E}.\overrightarrow{dl} = Edx \ \Rightarrow dV = -Edx$$

$$\int_{V+}^{V-} dV = -\int_0^e E\,dx \ \Rightarrow V(-) - V(+) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(e-0)$$

ومنه:

$$V = V(+) - V(-) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e = \frac{Qe}{\varepsilon_0 S}$$

وبما ان: $C = \frac{Q}{V}$ فان سعة المكثفة المستوية تعطى بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

بصفة عامة، تتعلق سعة المكثفة بشكل المكثفة المدروسة، في حالة المكثفة المستوية تتناسب هذه السعة طردا مع مساحة كل لبوس وعكسا مع البعد بينهما، وكذلك سماحية الوسط. في حالتنا هذه الوسط هو الفراغ ممثلا بـ ε_0. عندما توضع مادة عازلة (خلافا للهواء او للفراغ) بين اللبوسين تتغير سعة المكثفة بحسب المادة العازلة

المستعملة. وعندها تعوض سماحية الفراغ بسماحية الوسط العازل في عبارة سعة المكثفة. العلاقة بين سماحية الفراغ وسماحية اي وسط عازل:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

ε_r: السماحية النسبية للعازل، يتغير بدلالة درجة الحرارة والرطوبة وتواتر الكمون المطبق.

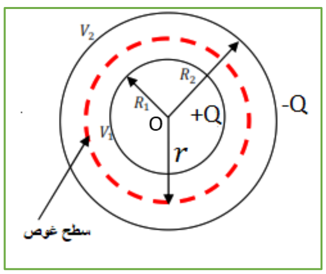
في هذه الحالة تعطى السعة C للمكثفة بالعبارة:

$$C = \frac{\varepsilon S}{e} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e}$$

2.6.2. سعة مكثفة كروية:

تتكون المكثفة الكروية من كرتين لهما نفس المركز يفصل بينهما عازل. الاولى نصف قطرها R_1 وتحمل شحنة موجبة $+Q$ وكمونها الكهربائي هو V_1، اما الثانية نصف قطرها R_2 حيث $(R_2 > R_1)$ وتحمل شحنة $-Q$ وكمونها هو V_2.

بتطبيق نظرية غوص، نحصل على الحقل الكهربائي بين لبوسي هذه المكثفة. سطح غوص عبارة عن كرة نصف قطرها r. نتناول المسألة باستعمال الإحداثيات الكروية لأنها مناسبة أكثر لهذه الحالة. نبدأ من العبارة المألوفة للحقل الكهربائي:



الشكل (16.3): المكثفة الكروية

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \overrightarrow{e_r}$$

نحسب تجول الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة فنجد:

$$-dV = Edr \;\Rightarrow V = \int_{V_1}^{V_2} -dV = \int_{R_1}^{R_2} Edr = KQ \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2}$$

ومنه:

$$V = V_1 - V_2 = KQ(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

وأخيرا نتحصل على عبارة سعة المكثفة الكروية:

$$C = \frac{Q}{V} \;\Rightarrow\; C = \frac{R_1 R_2}{K(R_2 - R_1)}$$

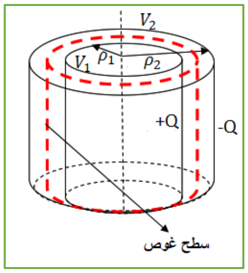
3.6.2. سعة مكثفة اسطوانية:

تتشكل المكثفة الأسطوانية من أسطوانتين ناقلتين لهما نفس المحور يفصل بينهما عازل وذات أنصاف أقطار على التوالي ρ_1 و ρ_2 وارتفاعها h. كل منهما مشحون بكثافة طولية (خطية) $+\lambda$ و $-\lambda$ على الترتيب.

نقوم اولا بحساب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة الاسطوانية بتطبيق نظرية غوص في المنطقة حيث:

$$(\rho_2 > r > \rho_1)$$

بتطبيق نظرية غوص، نحصل على الحقل الكهربائي بين لبوسي هذه المكثفة. سطح غوص عبارة عن اسطوانة نصف قطرها r. نتناول المسألة باستعمال الإحداثيات الاسطوانية لأنها الانسب لهذه الحالة. الحقل الكهربائي بدلالة الإحداثيات الأسطوانية يكون قطريا أي موازيا للمتجه $\overrightarrow{e_\rho}$. ومنه يمكننا أن نكتب عبارة الحقل الكهربائي كالآتي:



الشكل (17.3): المكثفة الكروية

$$\vec{E}(\rho,\theta,z) = E_\rho(\rho,\theta,z)\overrightarrow{e_\rho}$$

$$\oint \vec{E}\,.\,\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E2\pi\rho h = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi\rho h\varepsilon_0}$$

ومنه عبارة الحقل الكهربائي تكتب كالتالي:

$$E = \frac{Q_{int}}{2\pi h\varepsilon_0}\frac{1}{\rho}$$

التوزيع الشحني منتظما وبالتالي فان: $Q_{int} = \lambda h$ ومنه:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\rho}$$

كما رأينا سابقا ان الحقل قطري ويتعلق فقط بـ ρ وموازيا للمتجه $\overrightarrow{e_\rho}$، ومنه يكون إيجاد عبارة فرق الكمون بين طرفي المكثفة كالتالي:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial \rho}\overrightarrow{e_\rho} \Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial \rho} = -\frac{dV}{d\rho} \Rightarrow dV = -Ed\rho$$

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{\rho_1}^{\rho_2} Ed\rho = -\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\rho}d\rho = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{1}{\rho}d\rho$$

$$V_2 - V_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

وأخيرا نتحصل على عبارة فرق الكمون:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{\lambda h}{2\pi h\varepsilon_0}ln\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{Q}{2\pi h\varepsilon_0}ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

وأخيرا نتحصل على عبارة سعة المكثفة الاسطوانية:

$$V=\frac{Q}{2\pi h\varepsilon_0}ln\frac{\rho_2}{\rho_1}\ \Rightarrow C=\frac{Q}{V}=\frac{2\pi h\varepsilon_0}{ln\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

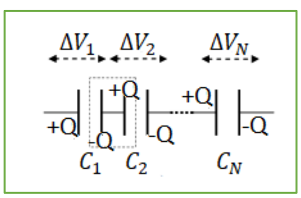
نلاحظ ان سعة المكثفة الاسطوانية تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين ممثلا في المقدار $\frac{2\pi h}{ln\frac{\rho_2}{\rho_1}}$ وسماحية الوسط العازل الذي يعتبر في حالتنا هذه الفراغ ε_0.

7.2. جمع المكثفات:

لأسباب عملية، نقوم بتجميع عدد من المكثفات لتخزين أكبر قدر ممكن من الطاقة. يمكن تمييز نوعان من جمع المكثفات: الجمع على التسلسل والجمع على التوازي. تعتمد السعة المكافئة للجملة الناتجة على طريقة الجمع المختارة.

1.7.2. جمع المكثفات على التسلسل:

نعتبر مجموعة تتألف من N مكثفة موصولة على التسلسل والموضحة في الشكل ادناه. عندما يتم تطبيق فرق الكمون $\Delta V=V_0-V_N$ بين طرفي كل المكثفات الموصولة على التسلسل، فإن اللبوس الأيسر للمكثفة الأولى سوف يكتسب شحنة Q. بافتراض أن جميع المكثفات متعادلة في البداية، سوف يتم تراكم الشحنة $\pm Q$ (بالتأثير) على لبوسي المكثفات المجاورة. أي ان كل المكثفات لها نفس الشحنة Q وفرق الكمون الإجمالي بين طرفي جميع هذه المكثفات يساوي مجموع فروق الكمونات، ونكتب:



الشكل (18.3): الجمع على التسلسل

$$\Delta V=(V_0-V_1)+(V_1-V_2)+(V_2-V_3)+\cdots(V_{N-1}-V_N)$$

$$\Delta V=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}+\cdots+\frac{Q}{C_N}=Q\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}$$

يتوافق فرق الكمون هذا مع مكثفة واحدة ذات سعة مكافئة:

$$\frac{1}{C_{eq}}=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\cdots+\frac{1}{C_N}$$

النتيجة:

- مقلوب السعة المكافئة يساوي مجموع مقالب السعات.

- سعة المكثفة المكافئة دوما أصغر من سعة كل مكثفة من المكثفات الموصولة على التسلسل.

فائدة الجمع على التسلسل: يتم استخدام هذا التركيب عندما يكون فرق الكمون المطبق كبيرا ولا يمكن لمكثفة واحدة ان تتحمله.

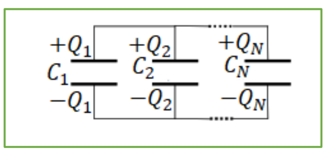
2.7.2. جمع المكثفات على التفرع:

ليكن N مكثفة موصولة على التوازي كل المكثفات تخضع لنفس فرق الكمون V، وكل مكثفة سعتها C_i تحمل الشحنة الكهربائية Q_i. والشحنة الكهربائية الكلية تساوي مجموع الشحنات. لدينا:

$$Q_i = C_i V$$

الشحنة الكهربائية الكلية تساوي مجموع الشحنات.

$$\begin{aligned} Q_{eq} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_N \\ &= C_1 V + C_2 V + \cdots + C_N V \\ &= V(C_1 + C_2 + \cdots + C_N) \end{aligned}$$



الشكل (18.3): الجمع على التفرع

ومنه:

$$Q_{eq} = C_{eq} V = (C_1 + C_2 + \cdots + C_N)V$$

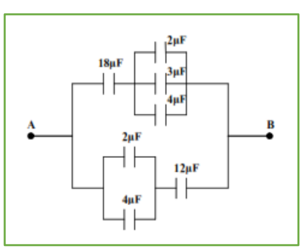
سعة المكثفة المكافئة تساوي مجموع سعات المكثفات الموصولة على التسلسل.

$$C_{eq} = (C_1 + C_2 + \cdots + C_N) = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

فائدة الربط على التوازي هو الحصول على مكثفة ذات سعة كبيرة جدا. سعة المكثفة المكافئة دوما أكبر من سعة كل مكثفة من المكثفات الموصولة على التوازي.

تطبيق:

يمثل الشكل المقابل شبكة من المكثفات موصولة على التسلسل والتفرع. أحسب سعة المكثفة المكافئة للدارة.



الحل:

حساب سعة المكثفة المكافئة للدارة:

- المكثفات ذات السعات $(2\mu F, 3\mu F, 4\mu F)$ موصولة على التوازي ومنه سعة المكثفة المكافئة هي C_1 :

$$C_1 = (2 + 3 + 4)\mu F = 9\mu F$$

- المكثفة C_1 والمكثفة $18\mu F$ موصولتان على التسلسل، ومنه سعة المكثفة المكافئة لهما هي C_2 ومنه:

$$\frac{1}{C_2}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{18}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{6} \Rightarrow C_2=6\mu F$$

- المكثفتان ذات السعات $(2\mu F, 4\mu F)$ موصولة على التوازي ومنه سعة المكثفة المكافئة هي C_3 :

$$C_3=(2+4)\mu F=6\mu F$$

- المكثفة C_3 والمكثفة $12\mu F$ موصولتان على التسلسل، ومنه سعة المكثفة المكافئة لهما هي C_4 ومنه:

$$\frac{1}{C_4}=\frac{1}{C_3}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4} \Rightarrow C_4=4\mu F$$

- المكثفة C_2 والمكثفة C_4 موصولتان على التوازي، ومنه سعة المكثفة المكافئة لهما هي C_{eq} أي المكثفة المكافئة للدارة ومنه:

$$C_{eq}=C_4+C_2=(4+6)\mu F$$

ومنه سعة المكثفة المكافئة للدارة هي:

$$C_{eq}=10\mu F$$

8.2. الطاقة الكهربائية للمكثفة:

يتم حساب الطاقة الكهربائية للمكثفة بنفس الطريقة مثلما رأينا في حالة النواقل المشحونة والمعزولة. بالنسبة لناقل شحنته Q وسعته C وكمونه V تعطى طاقته الكهربائية بالعبارة:

$$E_p=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}QV$$

ومنه الطاقة الكهروستاتيكية لمكثفة مكونة من ناقلين A و B معزولين وشحنتهما Q_A و Q_B على الترتيب وكمونهما V_A و V_B إذا:

$$|Q_A|=|Q_B|=Q\ ,\ \ V=V_B-V_A$$

$$E_p=\frac{1}{2}(V_AQ_A+V_BQ_B)=\frac{1}{2}Q(V_B-V_A)=\frac{1}{2}QV$$

تختزن المكثفة طاقة كهربائية، تساوي هذه الطاقة العمل الواجب بذله لشحن المكثفة.

9.2. كثافة الطاقة الكهربائية:

نأخذ على سبيل المثال المكثفة المستوية، ذات الشحنة Q الموزعة بانتظام على كامل المستوي الذي مساحته S والبعد بين لبوسيها e سعتها تعطى بالعبارة كما رأينا سابقا:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

الطاقة التي تختزنها هي:

$$E_p = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

نعلم ان الحجم الموجود بين اللبوسين: $\mathcal{v} = Se$. وان: $V = Ee$. ومنه:

$$E_p = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2e}(Ee)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 eS = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \mathcal{v}$$

إذا قمنا بقسمة هذه الطاقة المختزنة على حجم المكثفة (الحجم الموجود بين اللبوسين)، نحصل على ما يسمى كثافة الطاقة الكهربائية في الفراغ، ونرمز لها بالرمز $\mathcal{w}$.

$$\mathcal{w} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

ومنه الطاقة تخزن في الحقل نفسه بكثافة حجمية $\mathcal{w}$. وحدتها في جملة الوحدات الدولية: الجول على المتر المكعب (J/m^3).

بوجود عازل غير الهواء او الفراغ نعوض سماحية الفراغ ε_0 بسماحية الوسط ε، وعليه تكون عندها كثافة الطاقة الكهربائية:

$$\mathcal{w} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

تطبيق:

نعتبر مكثفتين ذاتي سعتي $C_1 = 6\mu F$ و $C_2 = 3\mu F$ وفرق الكمون بين طرفيهما $V = 18V$

1-احسب سعة المكثفة المكافئة وشحنة كل مكثفة وفرق الكمون بين طرفي كل مكثفة وهذا في الحالتين :

ا- الربط على التسلسل. ب- الربط على التفرع

الحل:

ا- حالة الربط على التسلسل:

- سعة المكثفة المكافئة:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{eq} = 2\mu F$$

- شحنة كل مكثفة: بما ان الربط على التسلسل فان الشحنات نفسها:

$$Q_{eq} = Q_1 = Q_2 = C_{eq}V = 2.18 = 36\mu C$$

- فرق الكمون بين طرفي المكثفة 1:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{36}{6} = 6V$$

- فرق الكمون بين طرفي المكثفة 2:

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{36}{3} = 12V$$

ا- حالة الربط على التفرع:

- سعة المكثفة المكافئة:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 6 + 3 = 9\mu F$$

- فرق الكمون بين طرفي المكثفة 1 والمكثفة 2: بما ان الربط على التفرع فان التوتر الكهربائي بين طرفي كل مكثفة هو نفسه:

$$V_1 = V_2 = V = 18V$$

- شحنة كل مكثفة 1:

$$Q_1 = C_1V_1 = 6.18 = 108\mu C$$

- شحنة كل مكثفة 2:

$$Q_2 = C_2V_2 = 3.18 = 54\mu C$$

لاحظ ان سعة المكثفة المكافئة في حالة الربط على التسلسل أصغر من كل من C_1 و C_2، في حين ان سعتها في حالة الربط على التفرع أكبر من كل من C_1 و C_2.

الفصل الرابع:

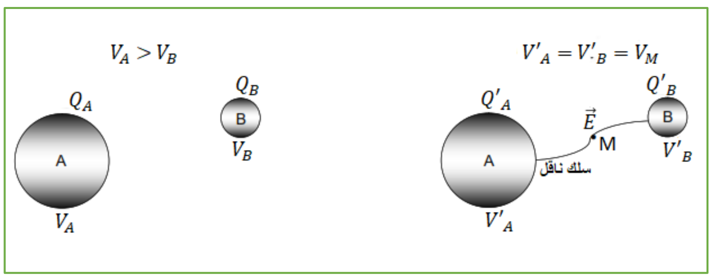
الكهرباء المتحركة

الفصل الرابع: الكهرباء المتحركة

تناولنا في الفصل الأول الظواهر الكهربائية في الظروف التي لا تتطور فيها أي كمية فيزيائية مع مرور الوقت، وهي حالة الكهرباء الساكنة حيث يفترض أن جميع الشحنات الكهربائية غير متحركة في الفضاء. سنركز في هذا الفصل على الحالة التي تتحرك فيها هذه الشحنات وتنتج بحركتها هذه تيار كهربائي مباشر. وسيتم تناول دراسة الشبكات الكهربائية التي تعبرها هذه التيارات في هذا الفصل.

1. التيارات الكهربائية.

ليكن الناقلين A وB، في البداية في حالة توازن كهروستاتيكي، يحملان شحنتين Q_A و Q_B وكمونهما على الترتيب V_A و V_B ولنفترض على سبيل المثال ان $V_A > V_B$. في ظل هذه الظروف يوجد حقل كهربائي $\vec{E}$ بين A وB. (الشكل 1.3).



الشكل (1.4)

عندما يتم توصيل هذين الناقلين A وB بواسطة سلك ناقل، يكون في البداية بينهما فرق في الكمون فينكسر التوازن ويولد حقلا كهربائيا وتظهر حركة للشحنات الكهربائية من الناقل A الى الناقل B، تحت تأثير قوة كهربائية $\vec{F} = Q\vec{E}$، حركة الشحنات الكهربائية هذه تعني مرور تيار كهربائي في سلك التوصيل، ينتهي هذا التيار بمجرد وصول الناقلين والسلك إلى حالة جديدة من التوازن الكهرو ساكن (تساوي الكمونيين). أي أن هذا التيار مؤقت.

خلال هذه الحركة، تبقى الشحنة الكهربائية الإجمالية للناقلين A وB محفوظة ومنه:

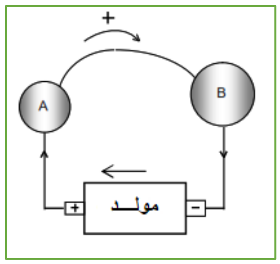
$$Q_B + Q_A = Q'_B + Q'_A \Rightarrow Q_A - Q'_A = Q'_B - Q_B \Rightarrow$$

$$-\Delta Q_A = +\Delta Q_B$$

في هذا المثال، $V_A > V_B$، يتوافق التغير في الشحنات مع انخفاض في الشحنات الموجبة أو زيادة في الشحنات السالبة للناقل A.

1.1. التيار الدائم:

للحصول على مرور دائم للتيار الكهربائي، فمن الضروري الحفاظ على حالة من عدم التوازن بين الناقلين A و B عند توصيلهما. لهذا الغرض من الضروري نقل الشحنات بشكل مستمر على أحد النواقل. يمكن القيام بذلك باستخدام أجهزة تسمى مولدات الجهد وهو جهاز يحافظ على فرق كمون ثابت بين طرفيه (يفرض حالة عدم توازن دائمة)، (الشكل.2.4). يوافق التيار الدائم الحركة المتواصلة دون انقطاع للشحنات الحرة.



الشكل (2.4)

مولد الجهد لا ينتج الشحنات بل يقوم بنقلها من B إلى A مثل: البطاريات، المولدات الكهربائية.

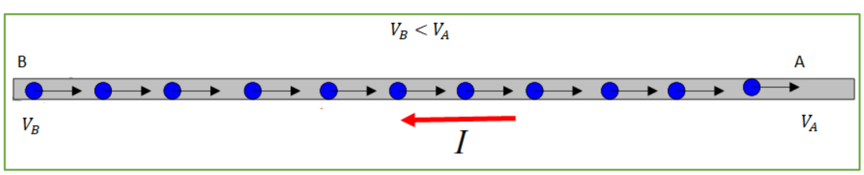
2.1. الاتجاه الاصطلاحي للتيار:

ينتج التيار في المعادن عن الحركة الجماعية والمنظمة للإلكترونات، أي الشحنات السالبة. الاتجاه الاصطلاحي للتيار الذي اختاره أمبير في بداية القرن التاسع عشر، هو عكس اتجاه الإلكترونات. ولا يزال هذا الاصطلاح ساري المفعول الى اليوم.

لذلك، يتدفق التيار الكهربائي من القطب الموجب إلى القطب السالب خارج المولد ومن القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد (الشكل 3.4). أي أن اتجاه التيار يكون من الكمونات المرتفعة نحو الكمونات المنخفضة.

وفي مواد أخرى (الغازات، المحاليل، أشباه الموصلات، العوازل ... وما إلى ذلك)، يكون التيار الكهربائي ناتج عن حركة حاملات الشحن المختلفة: الإلكترونات، الأيونات الموجبة، الأيونات السالبة، وما إلى ذلك.

وسنتناول فيما يتبع فقط التوصيل الكهربائي في المعادن.



الشكل (3.4): الاتجاه الاصطلاحي للتيار الكهربائي

3.1. شدة التيار الكهربائي:

ليكن موصلا معدنيا مساحة مقطعه S. إن شدة التيار الكهربائي I بالتعريف، هي كمية الكهرباء dQ التي تمر عبر المقطع S خلال الفترة الزمنية dt.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

وحدة التيار في النظام الدولي SI هي الأمبير (A).

تعريف الأمبير: $(1A)$:

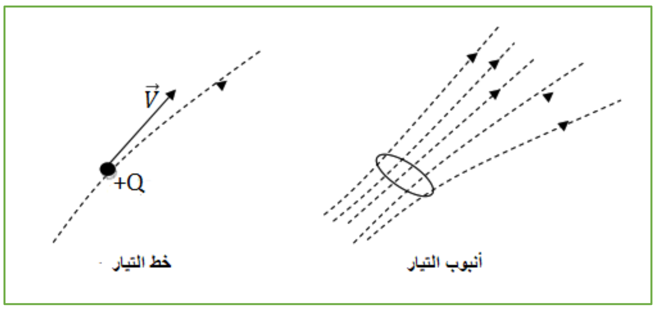
هي شدة التيار المكافئة لمرور شحنة كهربائية قدرها 1 كولوم عبر المقطع S خلال زمن قدره 1 ثانية.

يكون التيار الكهربائي مستمرا إذا ظلت شدته ثابتة مع مرور الزمن.

4.1. خط التيار:

هو المسار الموجه الذي ترسمه كل شحنة موجبة أثناء حركتها. ويكون شعاع السرعة لهذه الشحنات مماسا لخطوط التيار في كل نقطة منها.

5.1. أنبوب التيار : يتكون أنبوب التيار من مجموع خطوط التيار التي تستند على مسار مغلق (الشكل 4.4).

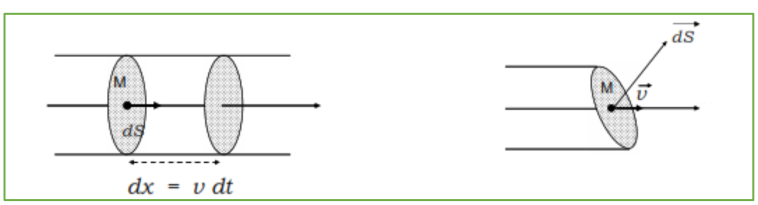


الشكل (4.4): خط التيار وأنبوب التيار

6.1. شعاع كثافة التيار:

نعتبر موصلا معدنيا أسطوانيا مقطعه S ومحوره $\overrightarrow{ox}$. نختار داخل الناقل أنبوب تيار أسطواني محوره موازي للمحور $\overrightarrow{ox}$ ومقطعه العرضي dS، الذي تعبره كمية الشحنة dq (الشكل.5.4).

$\vec{v}$: سرعة انتقال هذه الشحنات، و ρ: كثافتها الحجمية.



الشكل (5.4)

كمية الشحنة dq التي تعبر المقطع dS عموديا على محور أنبوب التيار الاسطواني خلال المدة الزمنية dt تشغل الحجم dv حيث:

$$d\mathcal{v} = dxdS = vdtdS$$

ومنه كمية الشحنة dq :

$$dq = \rho d\mathcal{v} = \rho vdtdS$$

هنا في هذه الحالة لدينا: $\vec{v}$ و $\overrightarrow{dS}$ متوازيان. في الحالة العامة عندما يكون $\vec{v}$ و $\overrightarrow{dS}$ غير متوازيان (الشكل5.3). العلاقة الأخيرة تصبح:

$$dq = \rho d\mathcal{v} = \rho\vec{v}\,\overrightarrow{dS}dt$$

دعونا ندخل الشعاع $\vec{J}$ حيث:

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

العبارة السابقة تصبح كالتالي:

$$\frac{dq}{dt} = \vec{J}.\overrightarrow{dS}$$

إذا نظرنا الآن إلى المقطع S من الناقل، فإن إجمالي الشحنة التي تمر عبره هي:

$$\frac{dQ}{dt} = \iint_S \vec{J}.\overrightarrow{dS}$$

بالنظر للعلاقة السابقة يمكن ان نكتب:

$$I = \iint_S \vec{J}.\overrightarrow{dS}$$

تظهر شدة التيار الكهربائي على انها تدفق الشعاع $\vec{J}$ عبر السطح S.

المقدار الشعاعي$\vec{J}$ يسمى شعاع كثافة التيار وحدته في جملة الوحدات الدولية: امبير/المتر مربع (A/m^2) :

وفي حالة المعدن، يكون التوصيل نتيجة لحركة الإلكترونات ذات الشحنة (-e). شعاع كثافة التيار تتم كتابة عبارته كالتالي:

$$\vec{J} = \rho\vec{v} = -ne\vec{v} \;\Rightarrow\; J = nev$$

$$I = \vec{J}.\overrightarrow{dS} = \rho vS = JS$$

حيث:

n تمثل عدد الالكترونات الحرة في وحدة الحجم.

- نلاحظ هنا ان شعاع كثافة التيار يعاكس في اتجاهه حركة الإلكترونات، أي ان له نفس جهة التيار الكهربائي.

ملاحظة:

العبارة (5.3) التي تظهر هنا في حالة معينة صالحة في جميع الحالات. السطح S هو في الحالة العامة أي سطح سواء مغلق أم لا.

تطبيق:

الكتل المولية الذرية للنحاس تساوي $63.5g/mol$ وكتلته الحجمية $8.95g/Cm^3$

1-أحسب عدد الذرات في وحدة الحجم.

2-سلك من النحاس له مساحة مقطع عرضي $15mm^2$. يجتازه تيا ر كهربائي شدته $45A$ ، وبفرض أن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترونين حرين للتيار. أحسب كثافة التيار ا لكهربائي.

3-استنتج سرعة انتقال الإلكترونات داخل البلور.

الحل:

1- حساب عدد الذرات في $1m^3$ من النحاس:

$$n = \frac{N\rho}{M} \Rightarrow n = \frac{6.023.10^{23}8.95.10^6}{63.5} = 8.49.10^{28}\ Atomes/m^3$$

2- حساب كثافة التيار:

$$I = JS \Rightarrow J = \frac{I}{S} = \frac{45}{15.10^{-6}} = 3.10^6 A/m^2$$

3- استنتاج سرعة انتقال الإلكترونات:

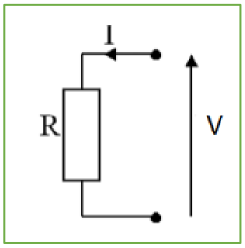
$$J = nev \Rightarrow v = \frac{J}{ne} = \frac{3.10^6}{2.8{,}49.10^{28}.1{,}66.10^{-19}} = 1{,}06.10^{-4} mS^{-1}$$

2. قانون أوم:

1.2- قانون أوم على المستوى العياني:

تظهر التجربة أن:

عند درجة حرارة ثابته، النسبة بين فرق الكمون V بين طرفي ناقل معدني وشدة التيار I الذي يمر خلاله تكون ثابتة، نسمي هذا الثابت بالمقاومة الكهربائية للناقل، ونرمز لها بالرمز R وحدتها في جملة الوحدات الدولية الأوم ورمزه (Ω) ونكتب:



الشكل (6.4)

$$V = RI$$

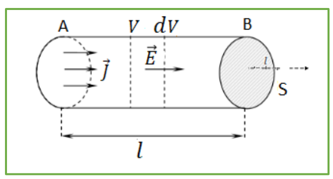
هذه العبارة بين شدة التيار وفرق الكمون والمقاومة تعرف بـقانون أوم.

2.2. الصيغة المحلية لقانون أوم:

1.2.2. الناقلية الكهربائية: σ

يخضع ناقل أسطواني طوله l ومساحة مقطعه S لفرق كمون V: وينتج عن ذلك، عند أي نقطة من الناقل، حقل كهربائي $\vec{E}$ بحيث:

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl}$$



الشكل (7.4)

$\vec{E}$ و $\overrightarrow{dl}$ متوازيان ومنه:

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -E\int_0^l dl \Rightarrow V = V_1 - V_2 = El$$

يؤدي وجود فرق الكمون V إلى ظهور تيار كهربائي I يتم تحديد قيمته بواسطة قانون اوم.

$$V = RI \quad \Rightarrow El = RJS \Rightarrow J = \frac{l}{RS}E = \sigma E$$

$$\sigma = \frac{l}{RS}$$

يدعى الثابت σ بالناقلية الكهربائية وحدته في جملة الوحدات الدولية $(\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1})$، او بالسمنس في المتر $(S.\mathrm{m}^{-1})$. وتتعلق بالخواص المجهرية للمادة. فهي كمية محلية تفيد في تمييز الخواص الكهربائية للمادة. على أساسها تصنف المواد الى ناقلة او عازلة او نصف ناقلة.

من العلاقة الاخيرة يمكن ان نكتب عبارة مقاومة الناقل الاومي كالتالي:

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$$

على المستوى المجهري، يمكننا أن نكتب:

$$J = nev = \frac{ne^2}{K} E \Rightarrow \sigma = \frac{ne^2}{K}$$

العبارة السابقة يمكن ان يكتب كالتالي:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

هذه العبارة عامة، وهي تدعى الصيغة المحلية لقانون أوم. عند أي نقطة M من ناقل موصليته σ، فإن وجود الحقل $\vec{E}$ يؤدي إلى ظهور كثافة التيار J التي يظهر تعبيرها في المعادلة الاخيرة.

2.2. المقاومية الكهربائية:

يميز الوسط عادة بالمقاومية وهي مقلوب الناقلية، ويرمز لها بالرمز (ρ)، وحدة المقاومية في النظام الدولي $(\Omega.m)$. تمتلك كل المواد الأومية مقاومة تعتمد على خواص المادة ودرجة الحرارة .

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{RS}{l}$$

يمكن ان نكتب عبارة مقاومة ناقل اومي كالتالي:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

هذه العلاقة البسيطة التي تربط بين مقاومة سلك بشكل أسطواني وأبعاده الهندسية.

بالنسبة للمعادن ترتبط المقاومية بدرجة الحرارة بالعلاقة التالية:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T)$$

حيث:

ρ_0: المقاومية عند الصفر درجة مئوية.

α : المعامل الحراري للمقاومية.

ΔT : التغير في درجة الحرارة.

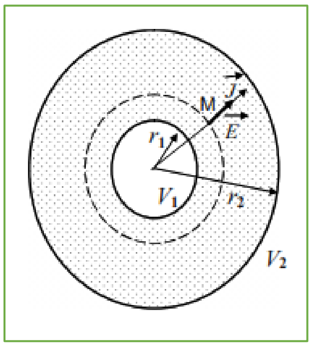
ملاحظة:

كما رأينا مقاومية ناقل تتغير بدلالة درجة الحرارة. بالنسبة للنواقل تزداد المقاومية بازدياد درجة الحرارة، وبالتالي تزداد المقاومة أيضا.

تطبيق:

اوجد عبارة مقاومة ناقل بشكل حلقة أسطوانية متجانسة موصليتها σ، ووجوهها عبارة عن أسطوانات نصف قطرها r_1 و r_2 وطولها l. وتخضع لفرق كمون $V = V_1 - V_2$.

الحل:



الشكل (8.4)

عند كل نقطة M داخل الناقل يسود حقل كهربائي $\vec{E}$ بحيث:

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dr}$$

بمكاملة العبارة السابقة من r_1 الى r_2 فيكون لدينا:

$$-\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}.\overrightarrow{dr} \Rightarrow V = V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}.\overrightarrow{dr}$$

بحسب قانون اوم لدينا:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{\sigma}\vec{J}$$

ومنه وبالتعويض وبالأخذ بعين الاعتبار ان الشعاعين $\vec{J}$ و $\overrightarrow{dr}$ متوازيان فنتحصل على العبارة التالية:

$$V = \frac{1}{\sigma}\int_{r_1}^{r_2} Jdr$$

ومن جهة أخرى لدينا:

$$I = \iint_s \vec{J}.\overrightarrow{dS} \Rightarrow I = Jl\int_0^{2\pi} rd\theta = 2\pi rlJ \Rightarrow J = \frac{I}{2\pi rl}$$

الشعاع $\vec{J}$ يبقى ثابت وعمودي على السطح S وموازيا للشعاع $\overrightarrow{dS}$ حيث: $S = 2\pi rl$

يمكن ان نكتب:

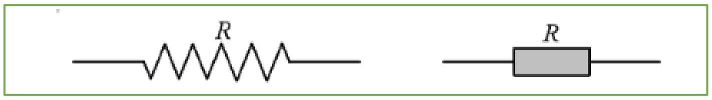
$$V = \frac{1}{\sigma}\int_{r_1}^{r_2} Jdr = \frac{1}{2\pi l}\frac{I}{\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} \Rightarrow V = \frac{1}{2\pi l\sigma}Iln\frac{r_2}{r_1}$$

نعلم ان: $V = RI$ وبالتالي يكون لدينا أخيرا:

$$R = \frac{1}{2\pi l\sigma} ln\frac{r_2}{r_1}$$

3.2. ربط النواقل الأومية (المقاومات):

تمثل المقاومة بأحد الرسمين الشكل (9.4):

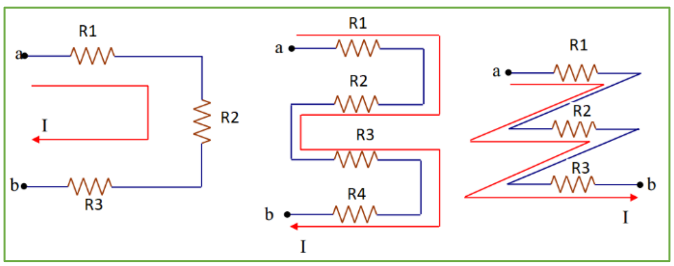


الشكل (9.4)

قد يكون من الضروري احيانا إلى جمع المقاومات لتبسيط الدارات المعقدة عموما أو للحصول على مقاومات مكافئة معينة تكون مناسبة لغاية ما، ويمكن تمييز طريقتين لجمع المقاومات (الجمع على التسلسل او على التفرع) ولكل طريقة ميزتها.

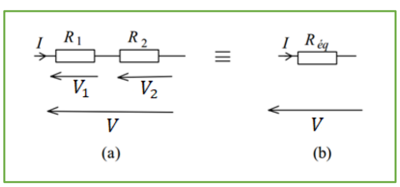
1.3.2. جمع المقاومات على التسلسل:

عندما يكون هناك عدد من المقاومات متصلة، بحيث يسري نفس التيار في جميع المقاومات وفرق الكمون هو مجموع فروق الكمونات، في هذه الحالة نقول بأن المقاومات متصلة على التسلسل، والشكل (10.4) يوضح حالات مختلفة من التوصيل على التسلسل:



الشكل (10.4): أنماط توصيل المقاومات على التسلسل.

نعتبر عنصرين من ثنائي الاقطاب كما هو مبين في الشكل (11.4) متكون من مقاومتين مربوطتين على التسلسل.



الشكل (11.4): ربط مقاومتين على التسلسل

من اجل ثنائي اقطاب الشكل (a) جمع فروق الكمون على كامل دارة الربط يكون:

$$V = V_1 + V_2$$

حيث V_1، V_2 يمثلان فرق الكمون بين طرفي المقاومات R_1 ، R_2 على الترتيب. هاتان المقاومتان يجتازهما نفس التيار الكهربائي I لدينا:

$$V_1 = R_1.I \quad \text{و} \quad V_2 = R_2.I$$

$$V = R_1.I + R_2.I = (R_1 + R_2).I$$

من اجل ثنائي القطب الشكل (b) المقاومة المكافئة R_{eq} للمقاومتين R_1 و R_2 على التسلسل يكون لدينا حسب قانون اوم:

$$V = R_{eq}.I$$

ومنه يكون لدينا:

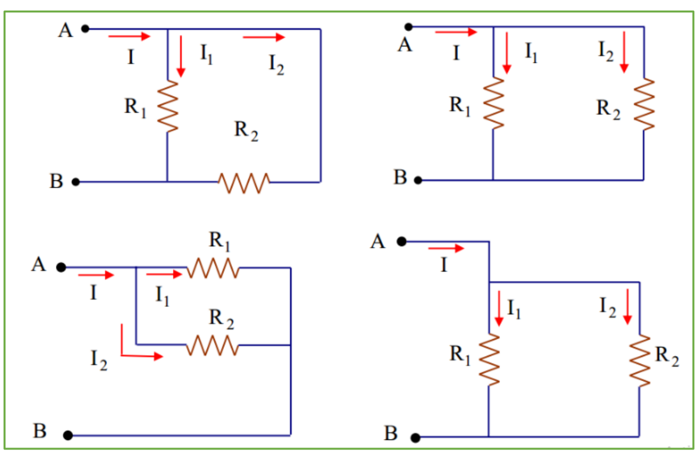
$$V = (R_1 + R_2).I = R_{eq}.I \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

في الحالة العامة تكون، إذا كان لدينا N مقاومة موصولة على التسلسل فان المقاومة المكافئة تساوي مجموع هذه المقاومات الموصولة على التسلسل:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$

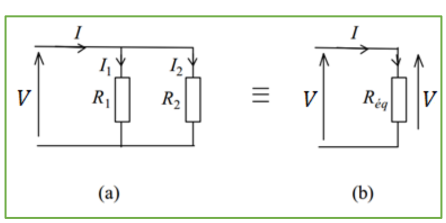
2.3.2. توصيل المقاومات على التفرع:

يعرف التوصيل على التفرع بأنه إذا كان هناك أكثر من فرع (مقاومة) بين نقطتين وكذلك فرق الكمون بين النقطتين يكون هو نفسه المطبق على جميع الأفرع (المقاومات) في هذه الحالة جميع الافرع متصلة على التفرع. أو بمعنى آخر تكون بدايات جميع المقاومات متصلة مع بعضها البعض في نقطة واحدة، وجميع نهايات هذه المقاومات تتصل في نقطة أخرى. ويوضح الشكل التالي بعض دوائر التوصيل على التفرع.



الشكل (12.4): توصيل المقاومات على التفرع

نعتبر عنصرين من ثنائي الاقطاب كما هو مبين في الشكل ادناه (a) متكون من مقاومتين مربوطتين على التفرع.



الشكل (13.4): ربط مقاومتين على التفرع

يكون فرق الكمون بين طرفي المقاومات متساوي $V = V_1 = V_2$. التيار I هنا ينقسم الى جزئين I_1 و I_2 حيث :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad \text{و} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad \text{مع} \quad I = I_1 + I_2$$

من أجل ثنائي القطب المكافئ الشكل (12.4 .b) لدينا:

$$V = R_{eq}.I$$

$$I = I_1 + I_2 \Longrightarrow \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V$$

ومنه المقاومة المكافئة لجمع مقاومتين على التفرع تحقق العلاقة التالية:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

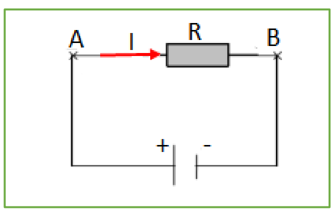
في الحالة العامة من اجل N مقاومة مربوطة على التفرع يكون لدينا:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

4.3. المفعول الحراري للتيار ا لكهربائي (مفعول جول)

مرور تيار كهربائي I عبر ناقل كهربائي يؤدي إلى ضياع في الطاقة، تظهر هذه الطاقة الضائعة على شكل حرارة. يمكننا تحديد هذه الطاقة المتبددة أثناء مرور التيار كما يلي:

إذا كانت dq هي كمية الشحنة التي تمر من النقطة A إلى النقطة B للناقل، الشكل (14.4)، فإن عمل القوى الكهربائية هو:



الشكل (14.4)

$$dw = (V_A - V_B)dq$$

كمية الشحنة ترتبط بالتيار الكهربائي بالعلاقة التالية:

$$dq = Idt$$

ومنه يمكن ان نكتب:

$$dw = (V_A - V_B)Idt$$

إذا كانت R هي مقاومة الناقل الاومي، فانه حسب قانون اوم لدينا:

$$V = V_A - V_B = RI$$

وبالتالي فان عبارة العمل تعطى بالشكل التالي:

$$dw = VIdt = RI^2dt$$

$$w = VIt = RI^2t$$

هذه الطاقة تبدد على شكل حرارة ويسمى هذا الفعل بفعل جول.

هذه الطاقة توافق استطاعة (عمل منجز خلال وحدة الزمن):

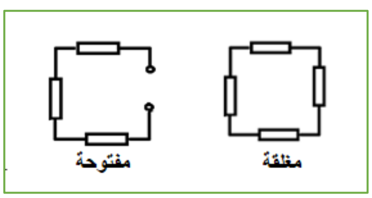
$$P = \frac{dw}{dt} = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

بما أن V و I ثابتان، فإن الاستطاعة P تظل ثابتة مع مرور الزمن.

3. الشبكات الكهربائية:

1.3. عناصر الدارة الكهربائية

تتكون الدارة الكهربائية من مجموعة عناصر تسمى ثنائيات القطب موصلة فيما بينها بطريقة ما، بأسلاك ناقلة فتشكل بنية مغلقة او مفتوحة.



الشكل (15.4)

العقدة: هي نقطة من الدارة بحيث تتصل بها ثلاثة أسلاك أو أكثر.

الفرع: هو جزء من الدارة محصور بين عقدتين.

العروة: هي مجموعة فروع تشكل حلقة مغلقة.

الشبكة: مجموعة من الدارات الكهربائية المتصلة مع بعضها البعض.

ثنائي القطب: ينحصر في دارة كهربائية بواسطة قطبين يدخل التيار من أحدهما ويخرج من الثاني.

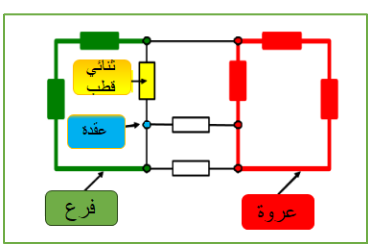
ثنائي القطب الخامل : يستهلك الطاقة الكهربائية.

ثنائي القطب النشط: ينتج تيارا كهربائيا.

اسلاك التوصيل: تهمل مقاوماتها أمام مقاومات ثنائيات القطب الأخرى.

اصطلاح:

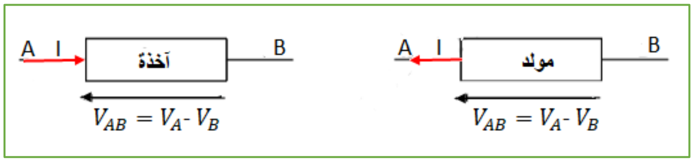
يستعمل مصطلحين في الدراسة العملية لثنائيات القطب وهما:



- المولد: فرق الكمون والتيار الكهربائي يوجهان في الاتجاه الموجب وفي نفس الجهة.

الشكل (16.4)

- **الآخذة:** فرق الكمون والتيار الكهربائي يوجهان في الاتجاه الموجب وفي اتجاهين متعاكسين.



الشكل (17.4)

2.2. المولدات الكهربائية:

المولد الكهربائي هو جهاز، يوضع في دارة كهربائية، قادر على الإبقاء والمحافظة على مجال كهربائي. هذا الأخير، ومن خلال تحريكه للشحنات الكهربائية من القطب ذو الكمون المنخفض الى القطب ذو الكمون المرتفع، يضمن مرور تيار كهربائي وبالتالي نقل الطاقة عبر الدارة. من المهم ان نعرف أن هذه الطاقة الكهربائية لا يتم توليدها بواسطة المولد، فهذا الأخير يقوم فقط بتحويل الطاقة من أحد اشكالها المختلفة: طاقة ميكانيكية، كيميائية، ضوئية وغيرها إلى طاقة كهربائية. هناك نوعان من المولدات:

1.2.2. مولد الجهد او مولد التوتر: هو جهاز قادر على الحفاظ على فرق كمون ثابت بين طرفيه، مهما كانت الدارة الخارجية.

2.2.2. مولد التيار: هو جهاز يوفر تيارا ثابتا عمليا، بغض النظر عن الدائرة الخارجية.

في كل ما يتبع سنتناول فقط مولدات الجهد المستمر.

- مولد الجهد او مولد التوتر:

تتميز هذه المولدات بما يسمى القوة المحركة الكهربائية وهي فرق الكمون بين طرفي المولد عندما لا يعطي أي تيار. سنرمز لها في الشبكات بالرمز(e) ووحدتها في جملة الوحدات الدولية هي الفولط وكذلك بمقاومة داخلية ضعيفة رمزها (r). القوة المحركة الكهربائية لمنبع كهربائي هي العمل المبذول على وحدة الشحنة لنقلها خلال دارة مغلقة.

فإذا كان dw هو العمل المبذول لتمرير شحنة مقدارها dq خلال الفترة الزمنية الصغيرة dt في الدارة فإن القوة المحركة الكهربائية (e) فيكون لدينا:

$$\mathrm{e} = \frac{dw}{dq}$$

بما أن العمل المبذول خلال وحدة الزمن يمثل الاستطاعة فإن:

$$\mathrm{P} = \frac{dw}{dt} \Rightarrow P = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = eI$$

فرق الكمون بين طرفي المولد يكون بالشكل التالي:

$$V = V_A - V_B = \int_B^A \vec{E}.\overrightarrow{dl} = e$$

إذا كانت الدارة مغلقة، فان الاستطاعة الكلية المقدمة من A الى A من قبل قوة كولوم هي:

$$P = VI = I\int_A^A \vec{E}.\overrightarrow{dl} = I(V_A - V_B) = 0$$

العبارة الأخيرة تبين ان الاستطاعة معدومة، أي ان الحقل الكهروساكن لا يضمن استمرارية حركة الشحنات في دارة مغلقة.

للحصول على تيار كهربائي مستمر في دارة مغلقة يجب تغذية الدارة بطاقة تنتجها المولدات الكهربائية.

يمنح المولد للدارة الخارجية تيارا كهربائيا I، وفقا للاصطلاح فان التيار يغادر من الطرف الموجب A للمولد ويدخل من طرفه السالب B. فرق الكمون بين طرفي المولد V تعطى بالعلاقة:

$$V = V_A - V_B = e - rI$$

3.3. موازنة الطاقة والمردود:

يقوم المولد بتحويل الطاقة التي يتلقاها بشكل ميكانيكي أو كيميائي او اشعاعي على سبيل المثال، إلى طاقة كهربائية.

- الاستطاعة التي ينتجها المولد: $P = eI$
- الاستطاعة المستهلكة في الدارة الخارجية: $P = (V_A - V_B).I$
- الاستطاعة المستهلكة في المولد بفعل جول: $P = rI^2$

أي ان: الاستطاعة التي ينتجها المولد= الاستطاعة المستهلكة في الدارة الخارجية+ الاستطاعة المستهلكة في المولد بفعل جول.

$$eI = (V_A - V_B).I + rI^2$$

مردود المولد يعرف على أنه النسبة بين الاستطاعة التي يقدمها المولد للدارة الخارجية والاستطاعة الكهربائية المنتجة من طرف المولد، أي:

$$\eta = \frac{(V_A - V_B).I}{eI} = \frac{(V_A - V_B)}{e} \leq 1$$

- يكون المولد مثاليا عندما يكون مردوده مساويا لـ 1(عندما يكون فرق الكمون بين طرفيه مساويا لقوته المحركة الكهربائية، وتكون مقاومته الداخلية مهملة).

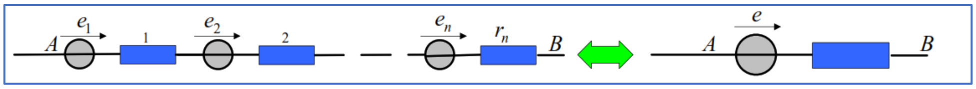
- يكون المولد حقيقيا عندما يكون مردوده اقل من القيمة 1.

4.3. جمع المولدات:

يمكن لدارة كهربائية ان تضم أكثر من مولد. يتميز كل مولد بقوته المحركة الكهربائية ومقاومته الداخلية.

1.4.3. الجمع على التسلسل:

نقول عن مولدين أنهما على التسلسل إذا مر فيهما التيار نفسه، وكان القطب الموجب لأحدهما موصولا بالقطب السالب للمولد الذي يسبقه او الذي يليه. الشكل ادناه يمثل n مولد موصولة على التسلسل.



الشكل (18.4): n مولد موصولة على التسلسل

في هذه الحالة القوة المحركة الكهربائية للمولد المكافئ تساوي المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية للمولدات الموصولة على التسلسل، ومقاومته الداخلية تساوي المجموع الحسابي للمقاومات الداخلية للمولدات الموصولة على التسلسل.

$$\sum_{i=1}^{n} e_i = e\ ; \quad \sum_{i=1}^{n} r_i = r$$

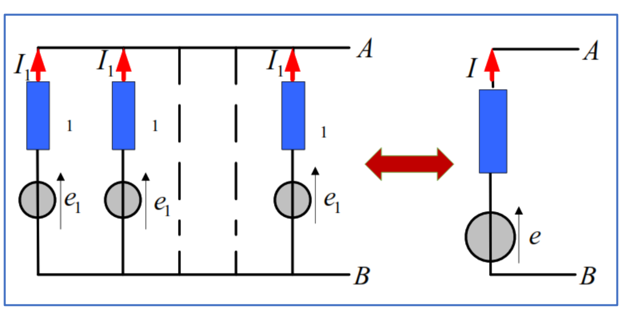
2.4.3. الجمع على التفرع:

في هذه الحالة يجب ان تكون المولدات متماثلة.

في هذه الحالة القوة المحركة الكهربائية للمولد المكافئ تساوي القوى المحركة الكهربائية لمولد واحد، ومقلوب مقاومته الداخلية تساوي مجموع المقالب للمقاومات الداخلية للمولدات الموصولة على التفرع.

$$e_1 = e\ ; \quad I = nI_1\ ; \ \frac{1}{r} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i} = \frac{n}{r_1}$$

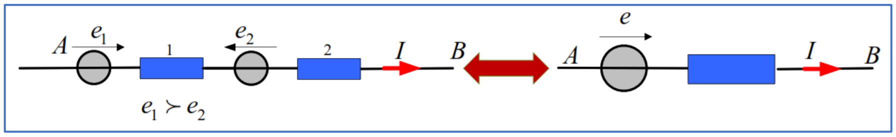
الشكل ادناه يمثل n مولد موصولة على التفرع.



الشكل (19.4): n مولد موصولة على التفرع

3.4.3. الجمع على التضاد:

نقول عن مولدين أنهما على التضاد إذا مر فيهما التيار نفسه، وكان القطب الموجب لأحدهما موصولا بالقطب الموجب للمولد الآخر. الشكل ادناه يمثل مولدين موصولين على التضاد.



الشكل (20.4): يمثل مولدين موصولين على التضاد

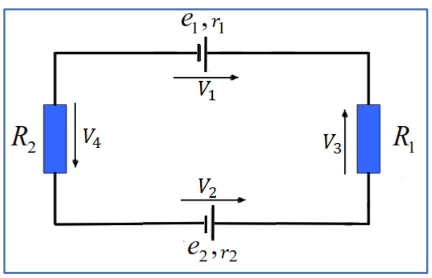
المولد ذو القوة المحركة الأكبر يقوم بدور المولد في حين ان المولد ذو القوة المحركة الأصغر يقوم بدور الآخذة.

في الشكل (19.4) يكون لدينا:

$$e_1 > e_2 \Rightarrow e = e_1 - e_2 \, ; r = r_1 + r_2$$

تطبيق:

لتكن الدارة المبينة في الشكل المقابل:



حيث:

$$R_2 = 2.3\Omega \, ; \; R_1 = 1.4 \, \Omega \, ; \; e_1 = 12V \, ; \; e_2 = 6V$$

$$r_1 = 0.2\Omega \, ; \; r_2 = 0.1\Omega$$

1- أوجد اتجاه وشدة التيار في الدارة الكهربائية؟

2- اوجد فرق الكمون الكهربائي بين طرفي المقاومة R_1 و e_2؟

الحل:

1- اتجاه التيار :

بما أن $e_1 > e_2$، فان التيار يكون في اتجاه عقارب الساعة. أي من المولد 1 بينما المولد 2 يقوم بدور آخذة.

شدة التيار:

نستعمل قانون الحلقات ونعتبر التيار في اتجاه عقارب الساعة ومنه:

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0$$

V_1 : فرق الكمون بين طرفي المولد 1. حسب قانون اوم يكون لدينا:

$$V_1 = e_1 - r_1 I$$

V_2 : فرق الكمون بين طرفي المولد 2، والذي كما رأينا يقوم بدور آخذة وبالتالي وبحسب قانون اوم يكون لدينا:

$$V_2 = e_2 + r_2 I$$

V_3, V_4 : فرق الكمون بين طرفي المقاومة 1 و2، وبحسب قانون اوم يكون لدينا:

$$V_3 = R_1 I \ ; \ V_4 = R_2 I$$

وبالتالي نكتب:

$$(e_1 - r_1 I) - (e_2 + r_2 I) - R_1 I - R_2 I = 0 \Rightarrow e_1 - e_2 = (r_1 + r_2 + R_1 + R_2) I$$

$$I = \frac{e_1 - e_2}{(r_1 + r_2 + R_1 + R_2)} = \frac{12 - 6}{0.1 + 0.2 + 1.4 + 2.3} = \frac{6}{4} = 1.5A$$

2. فرق الكمون الكهربائي بين طرفي المقاومة R_1 و e_2

يمكن حسابه بطريقين وليكن V_5:

الطريق الأول: $V_5 = V_1 - V_4 = e_1 - r_1 I - R_2 I = 12 - 0.3 - 3.45 = 8.25\ V$

الطريق الثاني: $V_5 = V_2 + V_4 = e_2 + r_2 I + R_1 I = 6 + 0.15 + 2.1 = 8.25\ V$

5.2. القوانين المسيرة للدارات الكهربائية:

1.5.2. قانونا كيرشوف:

وضعهما الفيزيائي الألماني غوستاف كيرشوف سنة 1845، هذان القانونان يعبران عن انحفاظ الطاقة وكذلك انحفاظ الشحنة الكهربائية في دارة كهربائية.

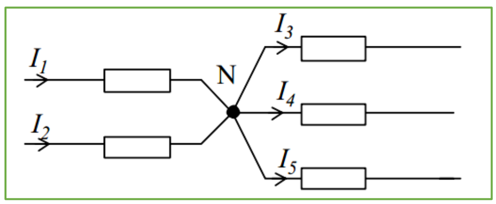
أ. **القانون الأول (قانون العقد):**

شدة التيار الكهربائي هي عبارة عن تدفق للشحنات خلال زمن معطى، عدد الشحنات التي تصل الى العقدة تساوي عدد الشحنات التي تغادرها، بمعنى آخر، لا يوجد تجميع ولا ضياع للشحنة في العقدة. قانون العقد إذا يعكس لنا مبدأ حفظ الشحن. ويترجم هذا في بيان قانون كيرشوف الأول:

المجموع الجبري لشدة التيارات الواردة لعقدة ما يكون معدوم. وهذا صحيح إذا ما أخذنا اصطلاح بأن أي تيار يدخل العقدة يكون موجبا، وأي تيار خارجا منها يكون سالبا أو العكس.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

I_i: يمثل القيمة الجبرية للتيار



الشكل (21.4)

في الشكل (20.4) باعتبار التيارات الداخلة للعقدة موجبة والتيارات الخارجة من العقدة سالبة فيكون لدينا:

$$I_1 + I_2 + (-I_3) + (-I_4) + (I_5) = 0$$

ومنه العبارة الأخيرة يمكن ان تكتب كالتالي:

$$I_1 + I_2 += I_3 + I_4 + I_5$$

من هنا يمكننا أيضا صياغة قانون العقد بتعبير آخر: مجموع شدة التيارات الداخلة للعقدة تساوي مجموع شدة التيارات الخارجة منها.

$$\sum I_{\text{الداخلة}} = \sum I_{\text{الخارجة}}$$

قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات):

وهو يمثل قانون انحفاظ الطاقة، ينص القانون الثاني لكيرشوف على أن المجموع الجبري لفروق الكمون في حلقة مغلقة يساوي الصفر، من بين هذه التوترات يكون جزء منها ناتج عن مصادر الجهد والآخر جراء اجتياز التيار لثنائيات الاقطاب الخاملة.

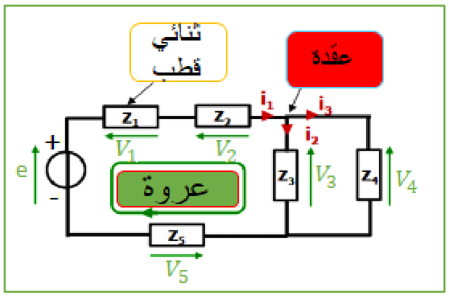
في الحالة العامة، لو افترضنا حلقة مغلقة، تتكون من n فرع، وإذا أشرنا بـ V_k لفرق الكمون الحاصل في الفرع رقم "k"، فإن قانون الحلقات يكتب بالشكل التالي:

$\sum_{k=1}^{n} V_k = 0$ / حيث: V_k مقدار جبري

بناء على ذلك نحدد اتجاه اختياري لمرور التيارات في كافة الفروع. نرمز بسهم أمام كل عنصر للدلالة على جهة الكمون الأعلى كما في الشكل: في المولد من قطبه السالب إلى قطبه الموجب، أما في المقاومة فإنه يكون عكس اتجاه التيار الذي يجتازها. ونتفق على أن ما كان منها في الاتجاه المختار للدوران في الحلقة فهو موجب، وغيرها سالب. الشكل ادناه يمثل قانون العروات.

من الشكل لدينا:

$$\sum_{k=1}^{n} V_k = 0 \Rightarrow e - V_1 - V_2 - V_3 - V_5 = 0 \Rightarrow e = V_1 + V_2 + V_3 + V_5$$



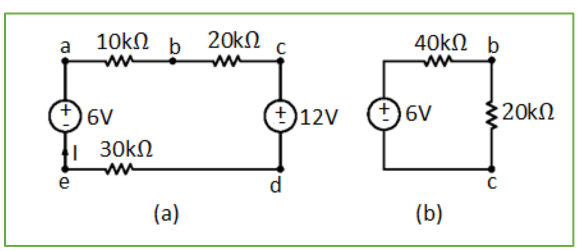
الشكل (22.4): قانون العروات

ملاحظة:

لا يجب ان نخشى من الاختيار الخاطئ للاتجاه الاختياري لمرور التيار، لأنه إذا كانت الإجابة (النتيجة المتحصل عليها) سالبة فمعنى ذلك ان التيار يمر في الاتجاه المعاكس للاتجاه المختار والقيمة العددية نفسها، وهذا في حالة ان الشبكة لا تحتوي على أي عنصر مستقبل، اما إذا وجدت عناصر استقبال بالشبكة ووجد ان التيار سالب في فرع عنصر مستقبل، هنا يجب إعادة صياغة المعادلات آخذين بعين الاعتبار الاتجاه الصحيح للتيار.

مثال:

في كل من الدارتين اسفله (a) و (b) اوجد قيمة التيار I الذي يسري في كل منهما؟ في الدارة (a) احسب فرق الكمون V_{bd}، والاستطاعة الممتصة من قبل المقاومة $30\text{k}\Omega$.



الحل:

- التيار المار في الدارة (a) :

لإيجاد التيار I ، نطبق هنا قانون الحلقات لكيرشوف. لنفترض بأن الجهة التي يسري بها التيار هي باتجاه عقارب الساعة، فنجد:

$$+6\ -40I\ -\ 20I\ =\ 0\ \Rightarrow 6 = 60I \Rightarrow I = 0.1mA$$

- التيار المار في الدارة (b) :

لإيجاد التيار I ، نطبق هنا قانون الحلقات لكيرشوف. لنفترض بأن الجهة التي يسري بها التيار هي باتجاه دوران عقارب الساعة، فنجد:

$$+6\ -10I\ -\ 20I - 12 - 30I =\ 0\ \Rightarrow -6 - 60I = 0 \Rightarrow I = -0.1mA$$

قيمة التيار هنا هي $(I = 0.1mA)$ لكن في الاتجاه المعاكس للاتجاه الذي افترضناه أي ان التيار يمر في الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة.

- حساب فرق الكمون V_{bd}:

فرق الكمون V_{bd} يمكننا حسابه باستخدام احدى الحلقتين: الحلقة (abdea) او الحلقة (bcdb) نجد:

- الحلقة (abdea): $10I + V_{bd} + 30\mathrm{I} - 6 = 0$
- الحلقة (bcdb): $20I + V_{bd} - 12 = 0$

في كلتا المعادلتين لما نعوض التيار بقيمته $(I = -0.1mA)$، فنجد ان، $V_{bd} = 10V$.

- حساب الاستطاعة الممتصة من قبل المقاومة 30kΩ:

$$P = RI^2 = 30.10^3.10^{-8} = 0.3mW$$

الفصل الخامس:

المغناطيسية

الفصل الخامس: المغناطيسية

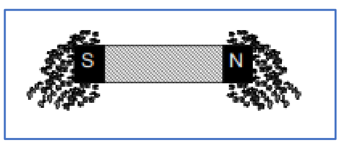
مدخل:

درسنا في الفصل الأول التفاعل الكهربائي الذي يحدث بين جسمين مكهربين. سنتناول الآن تفاعلا آخر، وهو التفاعل المغناطيسي، الذي يتضمن المجال المغناطيسي. الاستاتيكا المغناطيسية التي هي جزء من المغناطيسية التي تتضمن فقط ظواهر مستقلة عن الزمن.

منذ العصور القديمة، لاحظ اليونانيون أن حجر المغنيسيا، (مغنيسيا: منطقة اليونان القديمة في آسيا الصغرى (حاليا في تركيا)) الماجنتيت، له خاصية التأثير بقوة على قطع صغيرة من الحديد: ومن هنا جاءت كلمة المغناطيسية. كما هو الحال مع الكهرباء (الفصل الاول)، كانت المساهمة اليونانية في دراسة المغناطيسية لغوية بحتة (لفتت الانتباه الى الظاهرة).

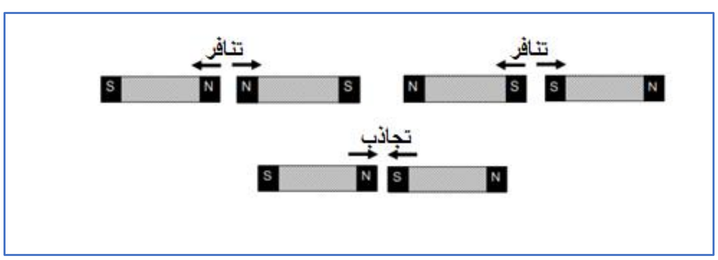
في بداية العصور الوسطى، استخدم الصينيون خصائص بعض الأجسام المغناطيسية واخترعوا البوصلات الأولى والتي تم استخدامها من قبل البحارة كبوصلة لتوجيههم في رحلاتهم البحرية. وكان هذا أول تطبيق للمغناطيسية، فالبوصلة عبارة عن مغناطيس حر بحيث يكون احد طرفيها بجهة القطب الشمالي فسمي القطب الشمالي N وسمي القطب الآخر القطب الجنوبي S ، كان يعتقد البعض أن السبب في وضعية شمال جنوب يعود لجاذبية النجم القطبي (نجم الشمال) أو جزيرة مغناطيسية كبيرة في (القطب الشمالي).

ثم لوحظ أن خصائص المغناطيس لا تتجلى إلا في أطرافه: القطبين. وهذان القطبان، المسميان مثل القطبين الجغرافيين، القطب الشمالي والقطب الجنوبي مختلفان.



الشكل (1.5). قطبا مغناطيس

تظهر التجربة أن: القطبان اللذان يحملان نفس الاسم يتنافران بينما القطبان اللذان يحملان اسمين متضادين يتجاذبان.

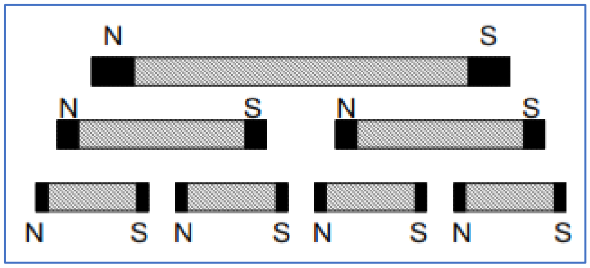


الشكل (2.5). الأفعال المتبادلة بين قطبا مغناطيس

تجربة المغناطيس المنشطر تبين أن:

من المستحيل فصل القطب الشمالي عن القطب الجنوبي للمغناطيس.

في الواقع، إذا قمنا بتقسيم المغناطيس إلى قسمين، فسنحصل على مغناطيسين صغيرين آخرين، لكل منهما قطب شمالي وقطب جنوبي. إذا كررنا هذه العملية، فسنحصل في كل مرة على مغناطيسات أصغر فأصغر، ولكل منها قطب شمالي وقطب جنوبي.



الشكل (3.5). ظاهرة المغناطيس المنشطر

وبعد بعض الأبحاث التي أجريت قبل عام 1600 حول المغناطيسية الأرضية، افترض العالم ويليام جيلبرت أن الأرض في حد ذاتها عبارة عن مغناطيس عملاق، واستنتج أن هذا هو سبب إشارة واتجاه البوصلات إلى الشمال.

درست الظاهرة المغناطيسية على أنها ظاهرة مستقلة عن التأثيرات الكهربائية وعلى أنها خاصة من الخواص التي تتمتع بها بعض المواد الحديدية لكن بعد تجربة الفيزيائي الدنماركي اورستد في عام 1819 تغيرت هذه المفاهيم، حيث لاحظ بالتجربة أن الإبرة المغناطيسية تنحرف إذا ما اقتربت من سلك يمر به تيار كهربائي.

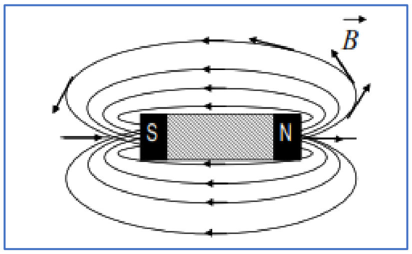
وبعد مرور عام من اكتشاف اورستد، وجد الباحثون بيوت وسافارت وأمبير علاقات تجريبية حول الحقل المغناطيسي وإنتاجه بواسطة التيارات الكهربائية. هناك في الواقع تفاعل بين هاتين الظاهرتين. تولد الشحنة الكهربائية المتحركة حقلا مغناطيسيا والعكس صحيح. بالإضافة إلى ذلك، طور أمبير نظرية تفسر المغناطيسية بوجود تيارات كهربائية دائرية في المادة الممغنطة. ومن ثم نفهم سبب استحالة الفصل بين قطبي المغناطيس.

1- الحقل المغناطيسي:

يتميز جوار المغناطيس بوجود حقل مغناطيسي بنفس الطريقة التي يوجد بها حقل الجاذبية في محيط الأرض وحقل كهربائي حول شحنة كهربائية. وبالمثل، يوجد بالقرب من الأسلاك الناقلة التي يجتازها تيارا كهربائيا حقلا مغناطيسيا. وفي محيط الأرض يوجد حقل مغناطيسي. ومنه يمكن ان نعرفه بقولنا ان:
المجال المغناطيسي هو منطقة من الفضاء، حيث يخضع قطب مغناطيس صغير عند كل نقطة لتأثير قوة.

مثل الحقل الكهربائي $\vec{E}$، فإن الحقل المغناطيسي هو أيضا كمية متجهة، ونرمز إليها بالمتجه $\vec{B}$. اسمه هو: حقل التحريض (او الحث) المغناطيسي، يكون مماسا لخطوط الحقل في كل نقطة منه. ويمكن ان نظهر شكل هذه الخطوط تجريبيا بنثر مسحوق من الحديد في جوار المغناطيس.

1.1. خصائص خطوط الحقل المغناطيسي:



الشكل. (4.5). خطوط الحقل المغناطيسي

- لا تتقاطع خطوط الحقل المغناطيسي مع بعضها البعض أبدا.
- تشير كثافة خطوط الحقل إلى قوة الحقل.
- تقوم خطوط الحقل المغناطيسي دائما بعمل حلقات مغلقة
- تظهر خطوط الحقل المغناطيسي دائما أو تبدأ من القطب الشمالي وتنتهي عند القطب الجنوبي.

في نظام الوحدات الدولية، يتم قياس المجال المغناطيسي بوحدة التسلا (T)، تكريما للعالم الصربي نيكولا تيسلا (1856-1943)، مخترع المنوب.

تاريخيا، تم تقديم مفهوم الحقل لأول مرة في المغناطيسية. اذ لاحظ فاراداي، من خلال نشر برادة الحديد في محيط المغناطيس، أن حبيبات الحديد توجه نفسها وتشكل شكلا يتعلق بشكل المغناطيس، ثم امتد استعمال هذا المفهوم إلى الكهرباء.

2.1. مبدأ تراكب الحقول المغناطيسية:

إذا أثرت عدة حقول مغناطيسية على شحنة كهربائية في حالة حركة أو على إبرة ممغنطة فإن الحقل المغناطيسي المكافئ يساوي المجموع الشعاعي لكافة الحقول المؤثرة:

$$\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3} + \cdots + \overrightarrow{B_n}$$

3.1. فعل حقل مغناطيسي على حركة شحنة كهربائية (قانون لورنتز):

في نهاية القرن التاسع عشر، أعطى الفيزيائي الهولندي هندريك لورنتز عبارة القوة $\vec{F}$ المطبقة على شحنة نقطية كهربائية q تتحرك بسرعة $\vec{v}$ داخل حقل كهربائي $\vec{E}$ وحقل مغناطيسي $\vec{B}$ معا.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

في حالة وجود حقل مغناطيسي فقط أي ان الحقل الكهربائي معدوم $(\vec{E} = \vec{0})$، فان قوة لورنتز تصبح بالشكل التالي:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

الحقل المغناطيسي هو منطقة من الفضاء حيث، في غياب الحقل الكهربائي $\vec{E}$، تتعرض الشحنة q ذات السرعة v لتأثير قوة تعطى عبارتها كالتالي:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

تم الحصول على هذا التعريف الجديد للحقل المغناطيسي انطلاقا من قوة لورنتز، طويلة هذه القوة تعطى بالعلاقة:

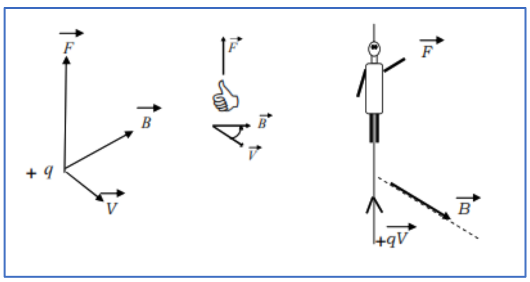
$$F = |q|vB\left|sin\left(\vec{v},\vec{B}\right)\right|$$

- القوة المغناطيسية متعامدة في آن واحد على كل من شعاع السرعة وشعاع الحقل المغناطيسي، أي انها عمودية على المستوى المؤلف منهما.

- اتجاه هذه القوة المغناطيسية بحيث: في حالة الشحنة الموجبة، تشكل الأشعة $\vec{v}$ و$\vec{B}$ و$\vec{F}$ ثلاثية طردية مباشرة (قاعدة اليد اليمنى). عندما تكون الشحنة سالبة يتغير اتجاه القوة.

- تبلغ القوة المغناطيسية قيمتها العظمى $F = |q|vB$ عندما يكون $\vec{v}$ و$\vec{B}$ متعامدان ($\vec{B} \perp \vec{v}$).

- القوة المغناطيسية تنعدم إذا كان $(v = 0)$ او ان $\vec{v}$ و$\vec{B}$ متوازيان ($\vec{B} // \vec{v}$).



الشكل. (5.5). اتجاه القوة المغناطيسية

- اتجاه هذه القوة يعطى أيضا بقاعدة رجل أمبير:

رجل أمبير تمر من خلاله الشحنة $(q+)$ بحيث تدخل من قدميه وتخرج من رأسه بالسرعة $\vec{v}$، وهو ينظر في اتجاه خطوط الحقل$\vec{B}$ ، فتكون القوة $\vec{F}$ على يساره.

تطبيق: حركة جسيم في مجال مغناطيسي:

يتحرك جسيم كتلته m ويحمل شحنة كهربائية q في حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ بسرعة ثابتة $\vec{v}$ عموديا على $\vec{B}$. ومن ثم فهو يخضع لقوة تعطى عبارتها كالتالي:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

هذه القوة متعامدة في آن واحد على كل من شعاع السرعة $\vec{v}$ وشعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$. ومنه:

$$F = qvB$$

تبقى هذه القوة المغناطيسية عمودية على $\vec{v}$ خلال الحركة. وبالتالي لا وجود لتسارع مماسي. أي ان التسارع هو تسارع ناظمي، والحركة دائرية منتظمة. المبدأ الأساسي للتحريك يسمح بكتابة طويلة القوة المغناطيسية على الشكل التالي:

$$F = m\frac{v^2}{R}$$

R: يمثل نصف قطر انحناء المسار الدائري.

بمساواة العبارتان نجد:

$$m\frac{v^2}{R} = qvB$$

من المساواة السابقة نجد:

- نصف قطر المسار الدائري الذي يرسمه الجسيم خلال حركته:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

- نلاحظ أنه كلما زادت شدة الحقل المغناطيسي، قل نصف قطر المسار.

- طويلة السرعة الزاوية للحركة تعطى بالعلاقة:

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \quad \omega = \frac{q}{m}\ B$$

السرعة الزاوية لا تتعلق الا بالنسبة $\frac{q}{m}$ وشجة الحقل المغناطيسي B.

4.1. القوة المغناطيسية المؤثرة على تيار كهربائي:

قوة لابلاص:

عندما يتم وضع سلك ناقل يجتازه تيارا I في حقل مغناطيسي $\vec{B}$ ، فإن كل حجم عنصري ناقل طولي dV بالطول $\vec{dl}$ ومقطع S يجتازه التيار I. أي أنه يجتازه في كل لحظة نفس العدد N من الشحنات وبالتالي نفس الكمية المتناهية الصغر من الشحنات:

$$dQ = Nq$$

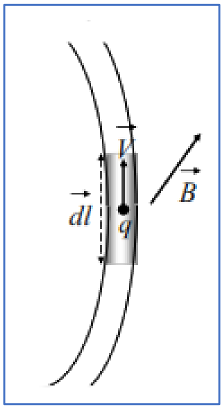
كل شحنة $(+q)$ تخضع لقوة مغناطيسية مقدارها: $q(\vec{v} \wedge \vec{B})$

إذا كان لدينا N شحنة كهربائية فإنها تخضع للقوة مغناطيسية:

$$\overrightarrow{dF} = Nq(\vec{v} \wedge \vec{B}) = dQ\vec{v} \wedge \vec{B}$$

قلنا ان الحجم العنصري dV يقابله الطول العنصري dl ومقطع السلك S فان:

$$dV = Sdl$$



الشكل. (5.4).

ولدينا من جهة أخرى:

$$dQ = Nq = \rho dV = \rho Sdl$$

حيث ρ : تمثل الكثافة الحجمية للشحنات.

وعليه نكتب:

$$dQ\vec{v} = \rho Sdl\vec{v} = \rho\vec{v}dlS = I\overrightarrow{dl}$$

مما سبق يمكن ان نكتب عبارة القوة المطبقة على حجم عنصري dV من الناقل وهي كالتالي:

$$d\vec{F} = I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$$

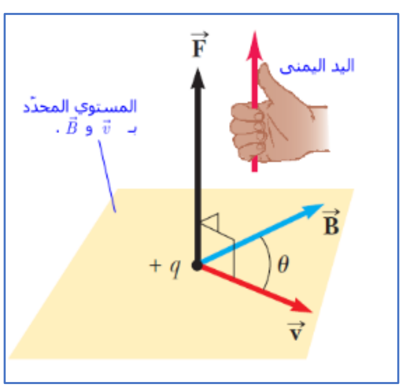
بإجراء عملية التكامل، نتحصل على القوة المطبقة على كامل الناقل وهي:

$$\vec{F} = \int I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B} = I\int \overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$$

العلاقة الأخيرة والتي تسمى قانون لابلاص.

هذه القوة (قوة لابلاص) متعامدة مع المستوى الذي يشكله الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ والعنصر المعتبر من الناقل $\overrightarrow{dl}$. اتجاهها يعطى بقاعدة رجل أمبير، الذي يدخل التيار من قدميه ويخرج من رأسه وهو ينظر في اتجاه الحقل فتكون قوة لابلاص على يساره.

للحصول على الحامل والاتجاه يمكن ان نستعمل أيضا قاعدة اليد اليمنى، حيث يشير الابهام إلى اتجاه القوة المغناطيسية ونمدد السبابة في اتجاه التيار الكهربائي والوسطى وفق منحى الحقل المغناطيسي.



الشكل (6.5). قاعدة أصابع اليد اليمنى

ملاحظة: - يمكن ان تؤخذ قاعدة اليد اليمنى بشكل آخر:

"ندور الأصابع من $\vec{v}$ نحو $\vec{B}$ من خلال الزاوية الأصغر بينهما فيشير الابهام الى جهة القوة"

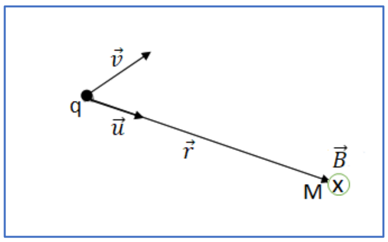
- محصلة القوة المغناطيسية في حالة دارة مغلقة موجودة تحت تأثير حقل مغناطيسي منتظم تكون معدومة.

5.1. الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة:

تولد الشحنة النقطية q المتحركة بسرعة $\vec{v}$ في كل نقطة من الفضاء (النقطة M مثلا) حولها حقلا مغناطيسيا $\vec{B}$ يعطى بالعلاقة التالية:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

- هذا الحقل معدوم في أي نقطة تقع على حامل شعاع السرعة.
- في النقاط الأخرى: $\vec{B}$ عمودي على المستوي المحدد بالشعاعين $\vec{r}$ (او $\vec{u}$) و $\vec{v}$.



الشكل (7.5).

في العلاقة الأخيرة:

- $\vec{v}$: شعاع سرعة الشحنة المتحركة التي تولد الحقل.

- $\vec{u}$: شعاع وحدة متجه من الشحنة النقطية نحو النقطة المعتبرة M.

- $\vec{r}$: شعاع الموضع وهو الشعاع الذي يربط بين موضع الشحنة النقطية المتحركة q والنقطة M.

- μ_0 : ثابت، يسمى النفاذية المغناطيسية للفراغ او الخلاء. قيمته في جملة الوحدات الدولية تساوي:

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}H/m$$

أي ان وحدته هي: هنري/المتر

جهة الحقل المغناطيسي تحدد بقاعدة اليد اليمنى كما يلي: يوجه الابهام في اتجاه شعاع السرعة اذا كانت $q > 0$ وبعكس اتجاه شعاع السرعة اذا كانت $q < 0$، وتوجه باقي أصابع اليد اليمنى نحو النقطة M فتكون جهة دوران الأصابع هي جهة الحقل المغناطيسي في النقطة M.

ملاحظات:

1- ترتبط نفوذية الخلاء μ_0 وسماحية الخلاء ε_0 بالعلاقة : $C = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}$. حيث C: سرعة الضوء في الخلاء.

2- إذا كان لدينا n شحنة نقطية مختلفة q_i تتحرك بسرعات مختلفة $\vec{v}_i$ فان الحقل المغناطيسي الناتج في النقطة M نتيجة لهذه الشحن، وبحسب مبدأ التراكب هو المجموع الشعاعي لكل الحقول $\vec{B}_i$ ويعطى بالعلاقة التالية:

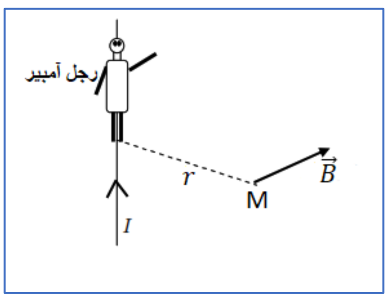
$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i \vec{v}_i \wedge \vec{u}_i}{{r_i}^2}$$

3. الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي:- قانون بيوت وسافار

وجد الفيزيائيان الفرنسيان بيوت وسافارت سنة 1920 عبارة الحقل المغناطيسي الذي تم الحصول عليه من خلال تجربة أورستد الشهيرة.

1.3. حالة تيار مستقيم لا متناهي الطول:

سلك ناقل مستقيم ذو طول لا نهائي، يمر عبره تيار I، يولد عند نقطة من الفضاء المحيط به ولتكن M، تقع على مسافة r من السلك مجالا مغناطيسيا، حيث:



الشكل (8.5)

- ترسم خطوط الحقل دوائر مركزها الناقل ومتعامدة معه.

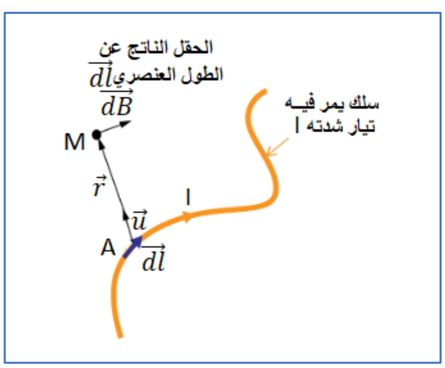
- اتجاهه يعطى بقاعدة "رجل أمبير": هذا الشخص، عندما يجتاز التيار من القدمين إلى الرأس وهو مستلقي على السلك وينظر الى النقطة المعتبرة M فانه يرى في M الحقل على يساره.

- الطويلة تعطى بالعلاقة:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

2.3. حالة الدارة المغلقة بشكل كيفي:

في حالة الدارة المغلقة مهما كان شكلها، فان عنصر الطول dl من هذه الدارة والذي يميزه المقدار الشعاعي $\overrightarrow{dl}$، يولد حقلا مغناطيسيا عنصريا $\overrightarrow{dB}$ يعطى بالعلاقة التالية:



الشكل (9.4)

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \overrightarrow{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

تعرف هذه العبارة بعلاقة بيوت وسافار في الحالة العامة.

- شعاع الوحدة $\vec{u}$ موجه كما في الشكل (9.5)، من المنبع الى النقطة M.

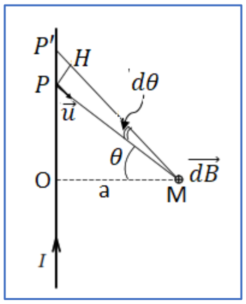
تطبيق:

أوجد عبارة الحقل المغناطيسي الناتج عن سلك مستقيم لا نهائي الطول يمر فيه تيار كهربائي.

الحل:

الحقل المغناطيسي العنصري $\overrightarrow{dB}$ الذي يولده الطول العنصري $dl = PP'$ من الناقل المعتبر في النقطة M، يعطى بعبارة بيوت وسافارت:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} \quad , \quad r = PM$$



الشكل (10.4)

هذا الحقل متعامد في النقطة M على المستوى الذي يشكله كل من الطول العنصري $\overrightarrow{dl}$ من السلك وشعاع الوحدة $\vec{u}$. اتجاهه يعطى بقاعدة اليد اليمنى او بقاعدة رجل آمبير، وتعطى شدته بالعلاقة التالية:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ dl\ cos\theta}{r^2}$$

لدينا من الشكل:

$$r = \frac{a}{cos\theta} \quad \text{و} \quad PH = rd\theta$$

$$dl = \frac{rd\theta}{cos\theta}$$

بالتعويض يكون لدينا:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}cos\theta\ d\theta$$

لإيجاد عبارة الحقل الكلي الناتج عن كل السلك، نقوم بمكاملة العبارة الأخيرة فنجد:

$$B = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} cos\theta \, d\theta \;\Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a}$$

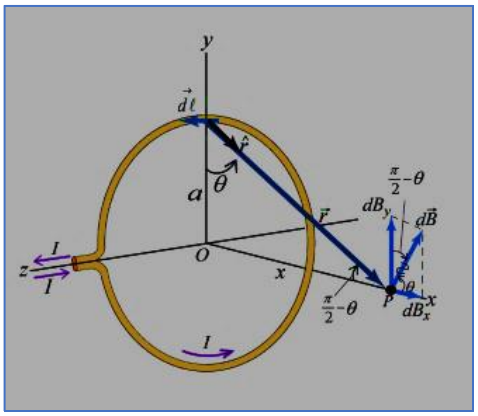
3.3.الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار حلقي:

لنعتبر سلكا دائريا على شكل حلقة نصف قطرها a يسري فيها تيارا شدته I، نريد حساب الحقل المغناطيسي في نقطة P من المحور ox الذي هو محور الحلقة. بتطبيق قانون بيوت وسافارت:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

نلاحظ في هذه الحالة أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\overrightarrow{dl}$ متعامدين، ويكون الجداء الشعاع لهما:

$$\overrightarrow{dl} \wedge \vec{u} = dl$$



الشكل (11.5):

وبالتالي فان الحقل العنصري $\overrightarrow{dB}$ يقع في المستوى oxy . ويكون لدينا:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$$

لدينا من الشكل: $r^2 = x^2 + a^2$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{(x^2 + a^2)}$$

للشعاع $\overrightarrow{dB}$ مركبتان على كل من المحور ox و oy، هما كالتالي:

$$dB_x = dB\, cos\,\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{a}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$dB_y = dB\, sin\,\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

بسبب التناظر تنعدم مركبة الحقل على المحور oy، لأن كل جزئين متناظرين من الحلقة يولدان في النقطة المعتبرة حقلين متساويين شدة ومتعاكستين اتجاها وبالتالي فان المركبة الكلية وفق oy معدومة $B_y = 0$، بينما المركبتان وفق المحور ox لهما نفس الشدة ونفس الاتجاه وبالتالي يكون الحقل المغناطيسي الكلي في النقطة P محمولا على المحور ox ، أي انه محمولا على محور الحلقة.

$$B = B_x = \int_c \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a\, dl}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 a I}{4\pi (x^2 + a^2)^{3/2}} \int_c dl$$

$$B = \frac{\mu_0 a I}{4\pi (x^2 + a^2)^{3/2}} . 2\pi a = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \overrightarrow{e_x}$$

إذا كان لدينا وشيعة مسطحة عدد حلقاتها N فتكون عبارة الحقل المغناطيسي كما يلي:

$$\vec{B} = \frac{N \mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \overrightarrow{e_x}$$

أكبر قيمة B_{max} لهذا الحقل هو عندما تكون ($x=0$)، أي تنطبق النقطة P مع مركز الحلقة O، وتكون عبارته كما يلي:

$$B_{max} = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

4. نظرية التجول - قانون آمبير:

- شعاع التحريض المغناطيسي:

كما هو الحال في الكهرباء الساكنة، ندخل الشعاع $\vec{H}$ الذي ندعوه "شعاع التحريض المغناطيسي" بحيث:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

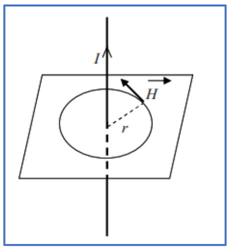
μ : النفاذية المغناطيسية للوسط

في حالة ما إذا كان الوسط هو الفراغ، فيكون لدينا:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

نعتبر ناقل مستقيم لا متناهي الطول يجتازه تيار كهربائي I. يولد على بعد r منه حقلا مغناطيسيا يكون مماسا لخط الحقل ومقداره:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$



التحريض المغناطيسي $\vec{H}$ يكون موازيا للحقل $\vec{B}$ ومقداره يعطى بالعبارة:

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{I}{2\pi r}$$

خطوط الحقل المغناطيسي هي دوائر تتمركز حول السلك في مستويات متعامدة.

الشكل (12.5)

نقوم بحساب تجول التحريض المغناطيسي على طول خط الحقل فنجد:

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = \oint \frac{I}{2\pi r}.dl = \frac{I}{2\pi r}\oint dl = I$$

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I$$

نصف قطر الدائرة r ثابت والتكامل يعطي محيط الدائرة. هذه النتيجة، التي تم الحصول عليها هنا في حالة معينة، هي نتيجة عامة، حيث يكون المسار C كيفيا. ومن هنا جاءت نظرية أمبير، والتي نصها كالتالي:

تجول الشعاع $\vec{H}$ عبر مسار كيفي مغلق C يساوي المجموع الجبري للتيارات التي يحيط بها ذلك المسار المغلق. ونكتب:

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = \sum_n I_n$$

ملاحظة:

يمكن ان يصاغ قانون آمبير باستعمال شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ كالتالي:

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = \sum_n I_n \Rightarrow \frac{1}{\mu_0}\oint \vec{B}.\vec{dl} = \sum_n I_n \Rightarrow \oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \sum_n I_n$$

$$\oint \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 \sum_n I_n$$

جولان الحقل المغناطيسي على طول أي منحنى (وهمي) مغلق يساوي جداء معامل النفاذية المغناطيسية للفراغ μ_0 في مجموع التيارات التي يحيط بها ذاك المنحنى المغلق.

قانون آمبير يفيد في تبسيط حساب الحقل المغناطيسي في بعض الحالات التي تمتاز بتناظر كاف.

ملاحظة:

قانون أمبير هو قانون أوجده العالم أندريه أمبير والمكافئ المغناطيسي لقانون غاوس في الكهرباء. قانون أمبير هو صياغة أخرى للعلاقة بين التيار والمجال المغناطيسي الناشئ عنه في صورته التكاملية ويستخدم في حل المسائل التي تحتوي على درجة عالية من التماثل.

المراجع:

[1] Tipler, Paul A., and Gene Mosca. “Physics for scientists and engineers.” Macmillan, 2007.

[2] A. Leïla, B. Mohamed, D. Naïma, M. Fawzia, Lélectricité du S2, Alger octobre 2012.

[3]مصطفى عليوي، الاجازة في تقانة الاتصالات، من منشورات الجامعة الافتراضية السورية، الجمهورية العربية السورية، 2020.

[4] A. Fizazi, “ Electricité et Magnétisme", OPU, 2012